



ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



โดย  
นางสาวยุวดี แซ่เอี้ยว

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญามหาบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร

ปีการศึกษา 2563

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร

ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิด  
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญาโทมหาบัณฑิต  
ภาควิชาคณิตศาสตร์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
ปีการศึกษา 2563  
ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร

THE EFFECT OF USING 4 MAT LEARNING MANAGEMENT AND OPEN-ENDED  
PROBLEMS OF PROBABILITY ON MATHEMATICAL CREATIVITY OF  
MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for Master of Science (MATHEMATICS STUDY)  
Department of MATHEMATICS  
Graduate School, Silpakorn University  
Academic Year 2020  
Copyright of Graduate School, Silpakorn University

หัวข้อ ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด  
พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โดย ยุวดี แซ่เอี้ยว

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญาโท

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตนา ศรีทัศน์

---

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร ได้รับพิจารณาอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย  
(รองศาสตราจารย์ ดร.จุไรรัตน์ นันทานิช)

พิจารณาเห็นชอบโดย

..... ประธานกรรมการ  
(อาจารย์ ดร.วรกฤษณ์ ศุภพร)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัตนา ศรีทัศน์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิภารัตน์ แสงจันทร์)

..... ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ ศรีปัญญา )

59316306 : คณิตศาสตร์ศึกษา แผน ก แบบ ก 2 ระดับปริญญาโทบัณฑิต

คำสำคัญ : ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์, การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT, ปัญหาปลายเปิด

นางสาว ยุวดี แซ่เอี้ยว: ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด  
พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4  
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตนา ศรีทัศน์

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ห้อง 6 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2562 จำนวน 33 คน ที่ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (cluster sampling) โดยวิธีการจับฉลากเลือกกลุ่มตัวอย่างขึ้นมา 1 ห้องเรียน จากนักเรียน 14 ห้องเรียน จำนวนทั้งหมด 439 คน เพื่อเป็นตัวแทนของประชากร แผนการวิจัยแบบ one-group pretest-posttest design เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและสถิติ t-test for dependent samples และ t-test for one samples ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดโดยรวมอยู่ในระดับมาก

59316306 : Major (MATHEMATICS STUDY)

Keyword : mathematical creativity, 4 MAT learning management, open-ended problem

MISS YUVADEE SAE-IAW : THE EFFECT OF USING 4 MAT LEARNING MANAGEMENT AND OPEN-ENDED PROBLEMS OF PROBABILITY ON MATHEMATICAL CREATIVITY OF MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS THESIS ADVISOR : ASSISTANT PROFESSOR RATANA SRITHUS, Ph.D.

The objectives of this research are 1) to study the development of mathematical creativity on “probability” for mathayomsuksa 4 students using 4MAT learning management in combination with open-ended problem. 2) to compare the learning achievement of mathayomsuksa 4 students on “probability” before and after the use of the 4MAT learning management in combination with open-ended problem. 3) to study the student’s satisfactions with learning activities. The sample for this research consists of 33 students in mathayomsuksa 4/6, Princess Sirindhorn’s College, academic year 2019, having obtained from a cluster sampling method: a classroom drawing lots, from 14 classrooms a total of 439 mathayomsuksa 4 students. The research design is classified as the one-group pretest-posttest design. The instruments used in this research are 4 corresponding lesson plans, the academic achievement tests and the creativity tests. The data are analyzed using mean, standard deviation, t-test for dependent samples and t-test for one samples. The results show that 1) the students, managed to learn using 4MAT learning management in combination with open-ended problem, have mathematical creativity after studying at a statistically higher than the criteria of 60% at the .05 level, and 2) the students have higher mathematics achievement score after studying than those gain before using 4MAT learning management in combination with open-ended problem at the .05 level. 3) The students who learned using 4MAT learning management in combination with open-ended problem showed satisfactions as a whole at the high level.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ต้องขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตนา ศรีทัศน์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิภารัตน์ แสงจันทร์ ที่ได้ให้คำแนะนำ การเอาใจใส่คอยเฝ้าติดตามการทำงานและให้ข้อคิดที่เป็นประโยชน์ในการทำการวิจัยแก่ผู้วิจัยด้วยความรัก และความเมตตาเสมอมา

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.วรกฤษณ์ ศุภพร ประธานกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ ศรีปัญญา กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิที่กรุณาให้คำแนะนำ และความกระจำในเชิงวิชาการเพื่อความถูกต้องและชัดเจน จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. แสงเดือน เจริญนิมิต ดร.พงศ์ชาติ อิ่มนุกุลกิจ และคุณครูสุวิมาศ เสมประวัตติ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัยซึ่งทำให้สามารถดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังให้คำแนะนำและกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้บริหาร คุณครู และบุคลากรทางการศึกษาของโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัยที่คอยให้คำแนะนำ ชี้แนะและให้คำปรึกษาในการทำวิทยานิพนธ์ และขอบคุณนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัยที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ได้มอบชีวิต สติปัญญาให้กับผู้วิจัยและอบรมเลี้ยงดูผู้วิจัยมาเป็นอย่างดี และคอยให้กำลังใจและสนับสนุนส่งเสริมผู้วิจัยเสมอมา

ยุวดี แซ่เอี้ยว

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
จุดประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	9
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	11
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	15
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT.....	38
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด.....	49
บทที่ 3 การดำเนินการวิจัย.....	63
1. การศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	63
2. การออกแบบการวิจัย.....	64



3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	64
4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	65
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล .....	70
6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	71
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย .....	71
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	77
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 60 .....	77
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนของ นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด .....	78
ตอนที่ 3 ความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด .....	78
บทที่ 5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ .....	81
สรุปผลการวิจัย.....	81
อภิปรายผลการวิจัย.....	82
ข้อเสนอแนะ .....	86
รายการอ้างอิง .....	88
ภาคผนวก.....	94
ภาคผนวก ก .....	95
ภาคผนวก ข.....	97
ภาคผนวก ค .....	110
ภาคผนวก ง.....	123
ภาคผนวก จ .....	222
ประวัติผู้เขียน.....	228



## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 แบบแผนการวิจัย.....	64
ตารางที่ 2 เนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้.....	66
ตารางที่ 3 ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 60 .....	77
ตารางที่ 4 ผลของการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด .....	78
ตารางที่ 5 ผลการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการ เรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด .....	79
ตารางที่ 6 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหา ปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น .....	112
ตารางที่ 7 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น.....	113
ตารางที่ 8 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น.....	114
ตารางที่ 9 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มี ต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด .....	115
ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น .....	116
ตารางที่ 11 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น .....	118
ตารางที่ 12 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น .....	119

ตารางที่ 13 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายชื่อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ..... 121

ตารางที่ 14 ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ..... 223

ตารางที่ 15 ผลคะแนนการทดสอบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ..... 224

ตารางที่ 16 ผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับ ปัญหาปลายเปิด ..... 226



## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 รูปแบบของนักเรียน 4 แบบ .....	40
ภาพที่ 2 ขั้นตอนของวัฏจักร 4 MAT.....	44
ภาพที่ 3 รูปแบบกระบวนการเรียนรู้แบบปัญหาปลายเปิด .....	59



## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สังคมโลกศตวรรษที่ 21 (21<sup>st</sup> Century skills) เป็นสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงในทุก ๆ ด้านอย่างรวดเร็ว ทั้งด้านเศรษฐกิจ สังคมและการเมือง เด็ก เยาวชน และประชาชน ทุกคนจึงจำเป็นต้องพัฒนาตนเองให้มีทักษะการดำเนินชีวิตที่เหมาะสมและเท่าทันต่อการเปลี่ยนแปลงอันรวดเร็วของโลกยุคปัจจุบัน สอดคล้องกับคำกล่าวของจูดิทรณ์ เอียบสร้างกี (2558: 1) ที่กล่าวว่า ทักษะแห่งอนาคตใหม่ในศตวรรษที่ 21 เป็นทักษะที่เน้นการใช้ชีวิตและการเรียนรู้ตลอดชีวิต เช่น ทักษะความคิดสร้างสรรค์ ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการสื่อสาร การทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ (2549: 30) กล่าวว่า โลกปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็วและมีความสลับซับซ้อนมากยิ่งขึ้น การแก้ปัญหาด้วยวิธีการเดิม ๆ มักจะใช้ไม่ได้ผล ความคิดสร้างสรรค์จึงเข้ามามีบทบาทสำคัญทั้งในระดับโลก ระดับชาติ ระดับองค์กร ระดับสถาบันการศึกษา จนถึงระดับปัจเจกบุคคล โลกปัจจุบันเป็นโลกที่ต้องใช้ความคิด หากเราใช้คำตอบแบบเดิมตลอดเวลาจะก่อให้เกิดปัญหาได้มากที่สุด สอดคล้องกับคำกล่าวของวิจารณ์ พานิช (2555: 16) ที่ได้กล่าวถึงทักษะเพื่อการดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 ว่า สารวิชามีความสำคัญแต่ไม่เพียงพอสำหรับการเรียนรู้เพื่อมีชีวิตในโลกยุคศตวรรษที่ 21 ปัจจุบันการเรียนรู้สาระวิชา (content หรือ subject matter) ควรเป็นการเรียนจากการค้นคว้าของนักเรียนเอง โดยครูช่วยแนะนำและช่วยออกแบบกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนแต่ละคนสามารถประเมินความก้าวหน้าของการเรียนรู้ของตนเองได้ และนอกจากนี้ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ (2541: 1) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการเรียนรู้ในโลกยุคใหม่ว่า โลกยุคปัจจุบันเป็นยุคโลกาภิวัตน์เป็นยุคแห่งเทคโนโลยีสารสนเทศ ข่าวสาร เดินทางจากอีกโลกหนึ่งไปยังอีกซีกโลกหนึ่งได้อย่างรวดเร็ว ปริมาณข่าวสารมีมาก เด็กโลกปัจจุบันจึงจำเป็นต้องใช้ความพินิจพิเคราะห์เลือกข่าวสารที่เหมาะสมมากขึ้น ความเจริญทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นฐาน การวางพื้นฐานทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะพื้นฐานทางการแก้ปัญหา จึงมีความจำเป็นและควรให้ความสนใจเป็นพิเศษอย่างยิ่ง จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นเหตุผลให้กระทรวงศึกษาธิการเห็นถึงความสำคัญของการพัฒนาการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ เพื่อให้มีทักษะที่จำเป็นต่อการดำเนินชีวิต จึงกำหนดให้ความคิดสร้างสรรค์อยู่ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำหรับสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งหมด 5 ข้อ ซึ่งประกอบด้วย ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการให้เหตุผล และทักษะการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งทักษะการคิดสร้างสรรค์นั้นได้มุ่งเน้นให้นักเรียนมี

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิมหรือสร้างแนวคิดใหม่ เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

แม้ว่าในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานจะมีการกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ แต่การจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ ทั้งยังทำลายความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนอีกด้วย รุณีชะฮ์ (Runisah, 2016: 349) ผู้ศึกษาเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ กล่าวว่า ปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการขาดทักษะในการคิดสร้างสรรค์คือกระบวนการเรียนรู้ที่โรงเรียนสร้างขึ้น การเรียนรู้ในโรงเรียนเน้นแต่เนื้อหาสาระและขาดการพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียน โดยทั่วไปการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาถึงขั้นมัธยมศึกษายังคงใช้วิธีการบรรยายและการตอบคำถาม กิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริงมีน้อยลงทำให้นักเรียนขาดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ ส่วนใหญ่การเรียนรู้จะเน้นเรื่องท่องจำและค้นหาคำตอบที่ถูกต้องให้กับปัญหาที่กำหนด ส่วนกระบวนการคิดขั้นสูงซึ่งประกอบด้วยความคิดสร้างสรรค์นั้น นักเรียนได้รับการฝึกฝนน้อยมาก เช่นเดียวกันกับปัญหาของการศึกษาในประเทศไทยซึ่งมีการวิพากษ์วิจารณ์กันว่าเป็นการจัดการศึกษาที่ไม่สอดคล้องกับทักษะที่จำเป็นในโลกปัจจุบัน สอดคล้องกับคำกล่าวของสาลินี เรืองจ้อย (2554: บทนำ) ว่านักการศึกษาและนักวิชาการได้ตระหนักและวิพากษ์วิจารณ์เกี่ยวกับระบบการศึกษาของไทยว่ากระบวนการเรียนการสอนที่ผ่านมาได้ทำลายศักยภาพสมองของเด็ก เพราะเป็นการท่องจำเพียงอย่างเดียวไม่ได้พัฒนากระบวนการคิด เมื่อเปรียบเทียบกับประเทศอื่นคุณภาพการศึกษาของประเทศไทยยังด้อยกว่าอีกหลายประเทศ เช่นเดียวกันกับคำกล่าวของพร้อมพรรณ อุดมสิน (2550: 137) ว่าปัญหาของระบบการศึกษาปัจจุบันที่เกี่ยวกับการเรียนการสอน ส่วนหนึ่งเกิดจากการที่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับการพัฒนานักเรียนให้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งในความเป็นจริงนั้นมนุษย์ต่างมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ แต่ขาดการฝึกฝนและเสริมสร้างความรู้อย่างถูกวิธี ความคิดสร้างสรรค์ถือเป็นลักษณะที่ซับซ้อนของมนุษย์ เป็นความสามารถทางสมองที่ไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจน แต่ผลลัพธ์จากการคิดทำให้เกิดสิ่งใหม่ที่มิคุณค่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถือว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดระดับสูง

ทักษะความคิดสร้างสรรค์เป็นทักษะการคิดขั้นสูงที่จำเป็นต่อระบบการศึกษา เพื่อสร้างให้นักเรียนเป็นผู้มีแนวคิดหรือมุมมองใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาและพัฒนานวัตกรรมที่เหมาะสมต่อการเปลี่ยนแปลงอันรวดเร็วในยุคปัจจุบัน เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ (2549: บทนำ ) กล่าวว่า การพัฒนาศักยภาพด้านการคิดสร้างสรรค์ร่วมกับการคิดในมิติอื่น ๆ จะช่วยพัฒนาสติปัญญาของเราให้เป็นคนที่เฉลียวฉลาด แก้ปัญหา และพัฒนาสิ่งใหม่ ๆ ได้ อันจะส่งผลให้เราสามารถดำเนินชีวิตอย่างเป็นผู้ชนะในการเผชิญอนาคตที่เปลี่ยนแปลงไป ความคิดสร้างสรรค์มีอยู่ในหลายสาขา รวมถึงในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ พาร์เนส (Parnes, 1967: 1, อ้างถึงใน ออพันธ์ชนิต เจนจิต, 2546: 2) กล่าวว่า

คณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ โดยเฉพาะการแก้ปัญหาที่เป็นการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (creative problem solving) เป็นกรอบแนวคิดที่ใช้ทักษะการคิดและเครื่องมือการคิดเพื่อค้นหาวิธีการหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีโครงสร้างของกระบวนการที่ใช้จินตนาการ การวิเคราะห์ความคิดสร้างสรรค์เพื่อนำไปใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เพื่อค้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหาและพิจารณาตัดสินใจเลือกแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดและแปลกใหม่ ทั้งนี้มีหลากหลายแนวคิดที่ถูกนำมาใช้เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งรุณีชะฮ์ (Runisah, 2016: 348) ได้สรุปความคิดเห็นของนักวิชาการที่ใช้แนวคิดเรื่องความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม เพื่อสร้างความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า ความคิดคล่องแคล่ว หมายถึง ความสามารถในการคิดวิธีได้หลายวิธี ความคิดยืดหยุ่น หมายถึง วิธีการที่หลากหลายในแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสังเกตได้ในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหา และความคิดริเริ่ม หมายถึง ความคิดแปลกใหม่ที่เป็นไปได้และไม่ซ้ำกันใคร และอีกส่วนหนึ่งของความคิดสร้างสรรค์คือความคิดละเอียดลออและความละเอียดอ่อน นอกจากนี้รุณีชะฮ์ (Runisah, 2016: 348) ยังอ้างถึงคำแนะนำของริกส์และเดวิส (Briggs & Davis) ว่าความคิดสร้างสรรค์ในวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างจากความคิดสร้างสรรค์ของศาสตร์อื่น ๆ โดยเป็นการสร้างวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่สร้างสรรค์สำหรับแต่ละคน พุทธิกันยหนึ่งคือความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องนำเสนอสิ่งใหม่เสมอไป นักเรียนที่นำเสนอแนวทางแก้ไขจากปัญหาด้วยวิธีของตนเองและเป็นแนวคิดที่ถูกต้องก็สามารถเรียกได้ว่าเป็นนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ ดังนั้นความคิดสร้างสรรค์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงเป็นการแก้ปัญหาสิ่งใหม่สำหรับนักเรียนแต่ละคน แต่อาจไม่ใช่สิ่งแปลกใหม่สำหรับคนอื่น

คณิตศาสตร์ถือได้ว่าเป็นรายวิชาที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของมนุษย์และช่วยพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียนให้มีเหตุผลและรู้จักการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แต่การสร้างความคิดสร้างสรรค์ในวิชาคณิตศาสตร์นั้นยังมีน้อยมาก ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) ได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาการคิดสร้างสรรค์ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ทำได้ไม่ยากนัก วิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา ปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนฝึกคิดนั้นอาจจะเป็นปัญหาที่จะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน ปัญหาเกี่ยวกับวิชาการ เช่น การพิสูจน์ที่ต้องใช้เหตุผล ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้ ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา โดยความคิดสร้างสรรค์จะแทรกอยู่ในทุกช่วงของการคิด แต่การแก้ปัญหามักจะอยู่ในช่วงสุดท้ายของการคิด ซึ่งเป็นผลผลิตของความคิดสร้างสรรค์ที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหา คำถามสำคัญ คือ “เราจะพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร” สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ (2542: 11) กล่าวว่า ถ้าสามารถกระตุ้นสมรรถภาพสมองด้านซ้ายและด้านขวาของนักเรียนให้ทำงานอย่างสมดุล



สามารถพัฒนาศักยภาพได้เต็มที่ เพราะเมื่อบุคคลได้รับการพัฒนาสมองก็จะสามารถนำอัจฉริยภาพ และใช้ศักยภาพของตนมาพัฒนาตนเองและทำประโยชน์แก่ส่วนรวมอย่างสร้างสรรค์ ในงานวิจัยของนุรมา อารี (2559: 1) พบว่า การรับรู้ของนักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกัน นักเรียนบางส่วนสามารถเข้าใจในครั้งแรกที่ครูสอน แต่ยังมีนักเรียนอีกบางส่วนที่ยังไม่สามารถเข้าใจได้ทั้งหมดจนกว่าจะได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลายขึ้น อาจจะเป็นโดยการอธิบาย อภิปราย หรืออื่น ๆ เหตุการณ์เช่นนี้ สอดคล้องกับชนาธิป พรกุล (2545: 36) ที่กล่าวว่า ในชั้นเรียนปกติมีนักเรียนอยู่ 4 ประเภท ได้แก่ พวกชอบสงสัย (Why) ต้องรู้ก่อนว่าทำไมต้องเรียน พวกชอบรู้ (What) ชอบเรียนรู้เกี่ยวกับข้อมูล และข้อเท็จจริง พวกชอบทำ (How) ชอบเรียนรู้จากการปฏิบัติและลงมือทำ และพวกชอบจินตนาการ (If) มีความคิดนอกกรอบ คิดสร้างสรรค์ ซึ่งหากการสอนของครูไม่สามารถตอบคำถามของนักเรียนแต่ละแบบได้ ก็จะทำให้แก่นักเรียนนั้นเกิดความเบื่อหน่ายต่อการเรียน เนื่องจากไม่สามารถเข้าใจในสิ่งที่ครูสอน พรพิโร แก้วสมบัติ (2551: 10) กล่าวว่า วิธีการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญสามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการเรียนรู้ กระบวนการคิดและสนองตอบความแตกต่างระหว่างบุคคลเพื่อพัฒนาศักยภาพของนักเรียน คือการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนที่พัฒนาความสามารถของนักเรียนตามความถนัด ความสนใจและสอดคล้องกับรูปแบบการเรียนรู้ของนักเรียน โดยใช้หลักการพัฒนาสมองซีกซ้ายและซีกขวา เพื่อให้แก่นักเรียนเกิดความพร้อม และกระตือรือร้นในการเรียน เรียนรู้อย่างมีความสุขในช่วงกิจกรรมที่ตนถนัดและรู้สึกท้าทายกับในช่วงที่ผู้อื่นถนัดผสมผสานกันไป สอดคล้องกับ ชัชวาล รัตนสวนจิก (2550: 103) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT เป็นการจัดการศึกษาตามแนวทางพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ซึ่งการเรียนรู้ของบุคคลจะหลากหลาย ไม่ซ้ำกันเป็นผลมาจากกระบวนการทำงานร่วมกันของสมองกับร่างกายหรือจิตใจ หรือวิธีการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน บุคคลจะเรียนรู้ได้ดีถ้ากิจกรรมหรือกระบวนการที่จัดให้สอดคล้องกับวิธีการเรียนของนักเรียน และหากผู้สอนทราบวิธีการเรียนรู้ของนักเรียนก็จะช่วยให้สามารถจัดการเรียนการสอนได้สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ จึงช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนากระบวนการทำงานของสมองทั้งสองซีก ทำให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีความสอดคล้องกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนสนใจในการเรียนและสามารถพัฒนาความคิดสร้างสรรค์นักเรียนได้แล้ว อีกหนึ่งวิธีสอนที่ส่งเสริมการคิดที่แปลกใหม่ของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก และแสดงความคิดเห็นจากประสบการณ์ของนักเรียนแต่ละคน คือ การใช้ปัญหาปลายเปิด เนื่องจากปัญหาปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้มีคำตอบได้หลากหลายมากกว่า 1 คำตอบ และดึงเอาแนวคิดที่แตกต่าง

ของนักเรียนออกมาทำให้นักเรียนสามารถแสดงความคิดได้อย่างอิสระ เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ (2549: 47) กล่าวว่า ในระบบการศึกษาของเรามักจะสอนให้เราคิดว่าคำตอบที่ถูกต้องมีเพียงคำตอบเดียว โดยประเมินผลด้วยลักษณะถูก-ผิด อย่างเช่น การตอบข้อสอบแบบปรนัยซึ่งทำให้มีคำตอบถูกต้องเพียงข้อเดียว ส่งผลให้เกิดการหล่อหลอมโลกทัศน์ว่าทุกปัญหาต้องมีคำตอบที่ถูกที่สุดอยู่ข้อหนึ่ง ทั้งที่ในโลกแห่งความเป็นจริงมีความคลุมเครือ ซับซ้อน และอาจจะมีสิ่งที่ถูกต้องและผิดพลาดได้มากกว่าหนึ่งอย่าง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องพิจารณาจากเหตุผลที่หลากหลาย สอดคล้องกับคำกล่าวของชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2558: 33) ว่า คำถามของครูมักจะเป็นคำถามที่มุ่งที่จะตรวจสอบว่านักเรียนรู้เรื่องที่สอนหรือไม่ จึงมักถามสิ่งที่นักเรียนจำได้ ซึ่งเป็นการตรวจสอบนักเรียนได้ง่ายและตรวจคำตอบว่าถูกหรือผิดได้ง่าย คำถามที่ตื้นผู้สอนต้องใช้คำถามที่ชวนคิด โดยมุ่งให้นักเรียนได้ใช้ความคิดริเริ่มมากกว่าการใช้คำถามแบบผู้ตรวจสอบและครูต้องหันกลับมาเป็นผู้ฟังที่กระตือรือร้นในคำตอบของนักเรียนแทน จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า การตั้งคำถามของครูมีความสำคัญต่อการกระตุ้นความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน ครูควรสร้างคำถามที่เป็นปัญหาของสถานการณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้แก้ปัญหาเหล่านั้น จากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์และความคิดที่เป็นอิสระของแต่ละบุคคล สุรัช อินทสังข์ (2549: 37) กล่าวว่า ในการตอบปัญหาปลายเปิดนักเรียนจะต้องอธิบายวิธีการได้มาของคำตอบว่าคิดได้ด้วยวิธีการใด และต้องบอกได้ว่าทำไมจึงเลือกวิธีการนั้น (แทนที่จะใช้อีกวิธีหนึ่ง) คล้ายกับว่าปัญหาแบบปลายเปิดเป็นสถานการณ์เชิญชวนให้นักเรียนแสดงผลประกอบคำตอบ เพราะว่ามีวิธีการหลายวิธีที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง ปัญหาปลายเปิดจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้เลือกวิธีการที่ถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหา เพราะว่าคำตอบที่ถูกต้องมีหลายคำตอบ นักเรียนแต่ละคนจึงมีโอกาที่จะได้คำตอบที่ไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตัวเอง สถานการณ์ลักษณะนี้จะสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและจะนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสาร การยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบ เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่และอาจได้ปัญหาใหม่ด้วย เมื่อปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันและครูเกิดขึ้น การเรียนรู้ก็เป็นเรื่องที่น่าสนใจ คูมีชีวิตชีวา และนักเรียนมีความรู้สึกดีว่าเขามีเสรีภาพในการคิด จะเห็นได้ว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นเป็นวิธีการที่ช่วยสร้างความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

จากการศึกษาเอกสารและบทความต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ทราบว่าความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย ความคิดที่มีความหลากหลาย มีความยืดหยุ่น และเป็นความคิดที่แตกต่างไปจากเดิม จากประสบการณ์การสอนของผู้วิจัยพบว่า เนื้อหาการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นนั้น มีความสำคัญต่อกระบวนการคิดที่หลากหลายและมีบทบาทสำคัญต่อการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล บัตเลอร์ (Butler, 1738 อ้างถึงใน เอกสารอิเล็กทรอนิกส์การประยุกต์ทางสถิติ มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2558: 22) กล่าวว่า ความน่าจะเป็นมีบทบาทในกระบวนการตัดสินใจ (decision-making process) ไม่ว่าปัญหานั้นจะเป็น

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ สังคมศาสตร์ เศรษฐกิจ หรือในชีวิตประจำวันของเราเอง สอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561: 32) กล่าวว่า การทราบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งทำให้ทราบว่าเหตุการณ์นั้นมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด ช่วยให้สามารถตัดสินใจดำเนินกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์นั้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นการใช้เนื้อหาการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น จึงเหมาะสมที่จะนำมาจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนากระบวนการคิดที่สร้างให้นักเรียนเกิดทักษะความคิดสร้างสรรค์ได้ โดยกิจกรรมการเรียนรู้จะมีกระบวนการหาคำตอบได้อย่างหลากหลาย วิธีการแก้ไขโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ สามารถยืดหยุ่นได้หลายทิศทาง และยังสามารถรูปแบบการเรียนรู้ 4 MAT และเทคนิคการใช้ปัญหาปลายเปิดได้อย่างเหมาะสม ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อให้นักเรียนได้เกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในชีวิตประจำวันส่งผลให้นักเรียนมีความพึงพอใจและเจตคติที่ดีต่อรายวิชาคณิตศาสตร์

### จุดประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

### สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีความคิดสร้างสรรค์ตามเกณฑ์ร้อยละ 60
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีความพึงพอใจต่อการเรียนอยู่ในระดับมาก

## ขอบเขตของการวิจัย

### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1. ประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2562 จำนวน 439 คน

1.2. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ห้อง 6 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2562 จำนวน 33 คน ที่ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (cluster sampling) จากนักเรียนจำนวนทั้งหมด 439 คน ซึ่งแบ่งกลุ่มเป็นจำนวน 14 ห้องเรียน ใช้วิธีการจับฉลากเลือกกลุ่มตัวอย่างขึ้นมา 1 ห้องเรียน เพื่อเป็นตัวแทนของประชากร

### 2. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้ระยะเวลาในการทดลอง 10 ชั่วโมง (โดยรวมเวลาสอบ 2 ชั่วโมง) โดยทำการทดลองภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

### 3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งมีเนื้อหาทยอยตามหัวข้อต่อไปนี้

- 1) การทดลองสุ่ม (random experiment)
- 2) เหตุการณ์ (event)
- 3) ความน่าจะเป็น (probability)

### 4. ตัวแปรที่ศึกษา

- 4.1. ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด
- 4.2. ตัวแปรตาม ได้แก่
  - 4.2.1. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
  - 4.2.2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 4.2.3. ความพึงพอใจของนักเรียน

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT หมายถึง การเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT มีขั้นตอนดำเนินการ 8 ขั้น ดังนี้ (ศักดิ์ชัย นิรัฐทวี และไพเราะ พุ่มม่น (2542) อ้างถึงใน ทิศนา แฉมมณี, 2556: 62-63)

**ขั้นที่ 1** การสร้างประสบการณ์ ผู้สอนเริ่มต้นจากการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนเห็นคุณค่าของเรื่องที่เรียนด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ว่าทำไมตนจึงต้องเรียนรู้เรื่องนี้

**ขั้นที่ 2** การวิเคราะห์ประสบการณ์หรือสะท้อนความคิดจากประสบการณ์ ช่วยให้นักเรียนเกิดความตระหนักรู้และยอมรับความสำคัญของเรื่องที่เรียน

**ขั้นที่ 3** การพัฒนาประสบการณ์เป็นความคิดรวบยอดหรือแนวคิด เมื่อนักเรียนเห็นคุณค่าของเรื่องที่เรียนแล้ว ผู้สอนจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดขึ้นด้วยตนเอง

**ขั้นที่ 4** การพัฒนาความรู้ความคิด เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์และเกิดความคิดรวบยอดหรือแนวคิดพอสมควรแล้ว ผู้สอนจึงกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความรู้ความคิดของตนให้กว้างขวางและลึกซึ้งขึ้น โดยการให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย การเรียนรู้ในขั้นที่ 3 และ 4 นี้คือการตอบ คำถามว่า “สิ่งที่ได้เรียนรู้คืออะไร”

**ขั้นที่ 5** การปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้ ในขั้นนี้ผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ความคิดที่ได้รับจากการเรียนรู้ในขั้นที่ 3-4 มาทดลองปฏิบัติจริงและศึกษาผลที่เกิดขึ้น

**ขั้นที่ 6** การสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเอง จากการปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้ในขั้นที่ 5 นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ถึงจุดเด่นจุดด้อยของแนวคิด ความเข้าใจแนวคิดนั้นจะกระจ่างขึ้น ในขั้นนี้ผู้สอนควรกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความสามารถของตน โดยการนำความรู้ความเข้าใจนั้นไปใช้หรือประยุกต์ใช้ในการสร้างชิ้นงานที่เป็นความคิดสร้างสรรค์ของตนเอง ดังนั้นคำถามหลักที่ใช้ในขั้นที่ 5-6 ก็คือ “จะทำอย่างไร”

**ขั้นที่ 7** การวิเคราะห์ผลงานและแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้ เมื่อนักเรียนได้สร้างสรรค์ชิ้นงานของตนตามความถนัดแล้ว ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผลงานของตน ชื่นชมกับความสำเร็จและเรียนรู้ที่จะวิพากษ์วิจารณ์อย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งรับฟังข้อวิพากษ์วิจารณ์เพื่อการปรับปรุงงานของตนให้ดีขึ้นและการนำไปประยุกต์ใช้ต่อไป

**ขั้นที่ 8** การแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด ขั้นนี้เป็นขั้นของการขยายขอบข่ายของความรู้โดยการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดแก่กันและกัน และร่วมกันอภิปราย เพื่อการนำการเรียนรู้ไปเชื่อมโยงกับชีวิตจริงและอนาคต คำถามหลักในการอภิปราย ก็คือ “ถ้า” ซึ่งอาจนำไปสู่การเปิดประเด็นใหม่สำหรับนักเรียนในการเริ่มต้นวัฏจักรของการเรียนรู้ในเรื่องใหม่ต่อไป

**2. ปัญหาปลายเปิด** หมายถึง ปัญหาที่เปิดกว้างทั้งด้านกระบวนการและผลลัพธ์ ให้ความสนใจในความหลากหลายของวิธีการคิดแก้ปัญหาและกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดสร้างสรรค์ตามความสามารถของตนเอง ซึ่งแบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ (สาลินี เรื่องจ้อย, 2554: 14)

- 1) กระบวนการเปิด (process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย
- 2) ผลลัพธ์เปิด (end product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

**3. การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด** หมายถึง การจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบวัฏจักร 4 MAT ทั้ง 8 ขั้นตอน โดยมีปัญหาปลายเปิดแทรกอยู่ในขั้นตอนของวัฏจักร 4 MAT

**4. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนที่สามารถคิดคำตอบได้ในปริมาณมาก คิดได้หลากหลายแนวทาง หลากหลายแง่มุม และมีความแปลกใหม่ในสิ่งที่คิดแตกต่างไปจากเดิม เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ (จตุภรณ์ เอียบสร้างกิจ, 2558: 11) โดยการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้วัดตามองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบ ตามแนวคิดของทอแรนซ์ (Torrance) (สาลินี เรื่องจ้อย, 2554: 6) ดังนี้

1) ด้านความคิดคล่อง (fluency) นักเรียนสามารถคิดหาคำตอบได้หลากหลาย เพื่อตอบสนองต่อปัญหาที่กำหนดให้ ให้ได้จำนวนมากที่สุดในระยะเวลาที่กำหนด

2) ด้านความยืดหยุ่น (flexibility) นักเรียนสามารถคิดหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้หลากหลายกลุ่ม และหลากหลายแนวทาง

3) ด้านความคิดริเริ่ม (originality) นักเรียนสามารถคิดหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างแปลกใหม่ มีความแตกต่างไปจากความคิดเดิม

**5. นักเรียน** หมายถึง นักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ห้อง 6 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จำนวน 33 คน

**6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์** หมายถึง คะแนนความสามารถในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งวัดจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการทดสอบก่อนเรียนและหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

**7. ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดเรื่อง ความน่าจะเป็น** หมายถึง ความรู้สึกหรือทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ในด้านเนื้อหา ด้านกระบวนการใช้การจัดการเรียนรู้ ด้านผู้เรียน ซึ่งวัดได้จากการทำแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทำการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางในการนำการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดไปประยุกต์ใช้กับการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาหรือระดับชั้นอื่น

2. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

3. เป็นแนวทางให้กับรายวิชาอื่น เพื่อนำการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดไปประยุกต์ใช้กับการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
  - 1.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
  - 1.2 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์
  - 2.2 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
  - 2.3 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์
  - 2.4 กระบวนการคิดสร้างสรรค์
  - 2.5 ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์
  - 2.6 การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์
  - 2.7 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
  - 2.8 เกณฑ์การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
  - 2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT
  - 3.1 แนวคิด/ทฤษฎีของการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT
  - 3.2 การจัดการเรียนรู้ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT
  - 3.3 ประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT
  - 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด
  - 4.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
  - 4.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด
  - 4.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด
  - 4.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
  - 4.5 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด

#### 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

### 1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้เน้นการจัดการศึกษา โดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และกำหนดสาระการเรียนรู้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ครูผู้สอนต้องศึกษาหลักสูตรให้เข้าใจเพราะหลักสูตรคือแนวทางในการจัดการเรียนการสอนในหลักสูตร ได้กำหนดกรอบเนื้อหาสาระในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์และบรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานและตัวชี้วัด โดยกำหนดหลักการ จุดหมาย วิสัยทัศน์ สมรรถนะสำคัญของนักเรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน ดังที่กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 6-7) กล่าวไว้ดังนี้

#### หลักการ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดหมายและมาตรฐานการเรียนรู้ เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็กและเยาวชนให้มีความรู้ เจตคติ ทักษะ และคุณธรรมบนพื้นฐานของความเป็นไทยมีความเป็นท้องถิ่นควบคู่กับความเป็นสากล
2. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชน ที่ประชาชนทุกคนมีโอกาสได้รับการศึกษาอย่างเสมอภาคและมีคุณภาพเท่าเทียมกัน
3. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจสู่ชุมชน และสังคมมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับบริบทและความต้องการของท้องถิ่น
4. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทั้งด้านสาระการเรียนรู้ เวลาเรียน และการจัดการเรียนรู้
5. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่ให้ความสำคัญกับนักเรียน โดยเน้นการจัดการเรียนรู้ที่สนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน
6. เป็นหลักสูตรการศึกษาสำหรับการศึกษาในระบบ ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย สามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้และประสบการณ์

#### จุดหมาย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิดกับนักเรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยและปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนาหรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
2. มีความรู้ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต



3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัยและรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิตและการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข
5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

### วิสัยทัศน์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนทุกคนซึ่งเป็นการกำลังของชาติ ให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในการเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์เป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการศึกษาต่อการประกอบอาชีพและการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นนักเรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ

### สมรรถนะสำคัญของนักเรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งการพัฒนานักเรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดนั้นจะช่วยให้ นักเรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสารเพื่อพัฒนานักเรียนให้รู้จักเลือกรับและส่งสาร โดยใช้หลักเหตุผลพร้อมทั้งใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ
2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศในการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ พร้อมทั้งมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิตเป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสมกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม
5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือกและใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคมในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสมและมีคุณธรรม

จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เราอาจสรุปได้ว่าหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรที่ส่งเสริมการกระจายอำนาจทางการศึกษาให้ท้องถิ่นและสถานศึกษามีส่วนร่วมและมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาหลักสูตรให้

สอดคล้องกับความต้องการของท้องถิ่น โดยมีแนวคิดและหลักการในการส่งเสริมการพัฒนานักเรียนแบบองค์รวมอย่างชัดเจน มุ่งเน้นให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองตามศักยภาพและความถนัด หลักสูตรมีเป้าหมายในการพัฒนาคุณภาพนักเรียน ทักษะกระบวนการนำหลักสูตรไปสู่การปฏิบัติในระดับเขตพื้นที่การศึกษาและสถานศึกษา มีการกำหนดวิสัยทัศน์ จุดหมาย สมรรถนะสำคัญของนักเรียนที่ชัดเจน เพื่อใช้เป็นทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษา และเป็นมาตรฐานของการเรียนการสอนในแต่ละระดับให้มีความสอดคล้องกับความต้องการเรียนรู้ของนักเรียน สภาพการเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐกิจสังคม และความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการ

## 1.2. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้นจะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมที่จะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษาหรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน

### เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยสาระสถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความ

น่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ ซึ่งมีสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ดังนี้

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

### **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

1. **การแก้ปัญหา** เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาคิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหาและเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. **การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

3. **การเชื่อมโยง** เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4. **การให้เหตุผล** เป็นความสามารถในการให้เหตุผลรับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. **การคิดสร้างสรรค์** เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิมหรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

### **คุณภาพผู้เรียน**

#### **จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

เข้าใจและใช้หลักการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง พหุนาม ลำดับและอนุกรม ไปใช้ในการแก้ปัญหารวมทั้งปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล เพื่อประกอบการตัดสินใจ

**คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 รหัสวิชา ค31102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2**  
 ศึกษาหลักการบวก หลักการคูณ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีทีี่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด การจัดหมู่กรณีทีี่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด การทดลองสุ่มของเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยใช้วิธีการทีี่หลากหลายแก้ปัญหา มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ เพื่อให้ผู้เรียนมีวินัย กระตือรือร้น ใฝ่เรียนใฝ่รู้ มุ่งมั่นในการทำงาน ซื่อสัตย์สุจริต มีจิตสาธารณะ มีความรับผิดชอบ ตรงต่อเวลา มีเหตุผลรอบคอบ และเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ รู้เท่าทันเทคโนโลยี โดยอยู่บนหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

**ตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

**สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น**

**มาตรฐาน ค 3.2** เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

**ตัวชี้วัด ค 3.2 ม.4/2** ทหาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

จากการศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ โดยการจัดการเรียนการสอนมีเนื้อหาที่ครบถ้วนตามหลักสูตรแกนกลางพร้อมสอดแทรกกิจกรรมที่ส่งเสริมกระบวนการคิด ทั้งการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหาคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ เพื่อให้ให้นักเรียนเท่าทันต่อการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของโลกยุคใหม่ การศึกษาตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ต่าง ๆ มุ่งหวังให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างเหมาะสม

## **2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์**

### **2.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์**

กิลฟอร์ด (Guilford, 1967: 61) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความคิดแบบอบเนกนัย (divergent thinking) คือ ความคิดหลายทิศทาง หลายแง่ หลายมุม คิดได้กว้างไกล ซึ่งลักษณะความคิดเช่นนี้จะนำไปสู่การประดิษฐ์สิ่งแปลกใหม่รวมทั้งการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาให้สำเร็จ

ทอร์แรนซ์ (Torrance, 1973: 42) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการของความรูสึกทีี่ไวต่อการแยกแยะปัญหา ไวต่อการค้นพบวิธีแก้ปัญหา ไวต่อการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับสิ่งทีี่ขาดหายไป แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคำตอบจากสมมติฐาน

ครูลิกและรูดนิค (Kruklik & Rudnick, 1999: 139) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความคิดริเริ่ม เพื่อให้ได้ผลผลิตใหม่ที่ซับซ้อนยิ่งขึ้นกว่าความคิดเดิม ความคิดสร้างสรรค์ประกอบด้วยความคิดเชิงสังเคราะห์ ความคิดที่หลากหลาย และความสามารถในการทำผลผลิตที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

แจ๊คสัน (Jackson, 2002: 1, อ้างถึงใน ประจักษ์ ปฏิทัศน์, 2559: 81) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ (creative thinking) เป็นพฤติกรรมการบูรณาการวิธีคิดหลายแบบเพื่อเชื่อมโยงให้กลายเป็นความคิดใหม่ สิ่งประดิษฐ์ใหม่ จินตนาการไปสู่เรื่องราวใหม่ ๆ หรือค้นพบแนวทางการแก้ปัญหาอย่างประสบความสำเร็จ

สมศักดิ์ ภูวิภาดาวรรณ (2541: 10 อ้างถึงใน ขจรพงษ์ ร่วมแก้ว, 2560: 48) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่กระทำได้ไม่ง่าย นักจิตวิทยาหลายคนได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ไว้แตกต่างกันหลายแง่มุม แต่พอสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นเรื่องที่สลับซับซ้อน ยากต่อการให้นิยามที่แน่นอนตายตัว ถ้าพิจารณาความคิดสร้างสรรค์โดยยึดผลงานเป็นหลัก ผลงานนั้นต้องเป็นผลงานที่แปลกใหม่และมีคุณค่าโดยมีคนยอมรับ ถ้าพิจารณาความคิดสร้างสรรค์โดยยึดกระบวนการเป็นหลัก กระบวนการนั้นต้องเป็นกระบวนการเชื่อมโยงความสัมพันธ์สิ่งของหรือความคิดแตกต่างกันอย่างมากเข้าด้วยกัน ถ้าพิจารณาความคิดสร้างสรรค์โดยยึดคุณลักษณะของบุคคลเป็นหลัก บุคคลนั้นต้องเป็นตัวของตัวเอง มีความคิดคล่อง คิดยืดหยุ่น และคิดละเอียดลออได้ นอกจากนี้เราอาจสรุปแนวคิดสร้างสรรค์ จากนิยามต่าง ๆ ได้ 2 แนวคิด คือ

แนวคิดที่ 1 เชื่อว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นคุณลักษณะที่ติดตามตัวมาแต่กำเนิดของบุคคล

แนวคิดที่ 2 เชื่อว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นจากการเรียนรู้หรือเป็นผลจากเงื่อนไขประสบการณ์รอบตัวบุคคล

มาร์ซาโน (Marzano, 1998: 3 อ้างถึงใน รูปทอง กว้างสวัสดิ์, 2554: 7) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์สามารถนิยามได้หลายอย่าง ดังนี้

1. ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความคิดที่สามารถสร้างสิ่งใหม่ เพื่อเติมเต็มในสิ่งที่ต้องการหรือจำเป็น

2. ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง การผสมผสานความคิดต่อไปนี้ คือ ความคิดโต้แย้ง (dialectic) ความคิดบูรณาการ (integration) ความคิดที่ฟุ้งฟู (effusion) ความคิดที่คล้อยตามกัน (convergence) ความคิดแย้งกัน (divergence) บทตั้ง (thesis) บทแย้ง (antithesis)

ชาญณรงค์ พรุ่งโรจน์ (2546: 2) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เกิดจากการประสานงานความสามารถตามธรรมชาติของมนุษย์จากส่วนประกอบ 2 ส่วน คือ “ความสามารถในการคิด” และ “ความสามารถในการสร้างสรรค์” ซึ่งอาจจะมียุอยู่ในบุคคลเดียวกัน หรือบางคนมีความสามารถเพียงส่วนใดส่วนหนึ่ง ความคิดเป็นผลผลิตจากกระบวนการทำงานของสมอง โดยปกติมนุษย์คิดอยู่

ตลอดเวลา ลักษณะการคิดแบ่งเป็นการคิดที่ไม่มีจุดมุ่งหมาย (undirected cognition) และการคิดแบบมีจุดมุ่งหมาย (directed cognition) ความคิดแบบไม่มีจุดมุ่งหมายเป็นการคิดแบบอิสระปะติดปะต่อกันโดยปราศจากการจัดระเบียบและเปลี่ยนไปตามความสนใจหรือเหตุการณ์ที่ผ่านเข้ามาขณะนั้น และไม่มีที่ตั้งวัตถุประสงค์ ส่วนการคิดแบบมีจุดมุ่งหมายนั้นเป็นการคิดแบบมีทิศทางมีการจัดระบบระเบียบและวัตถุประสงค์เฉพาะ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของความคิดสร้างสรรค์ เราอาจสรุปได้ว่าความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถของกระบวนการทางสมองที่คิดได้กว้างไกลหลายแง่มุมหรือที่เรียกว่า ความคิดแบบอบเนกนัย (divergent thinking) ซึ่งเป็นความคิดที่อิสระ คิดอย่างหลากหลายมิติ พลิกแพลงการคิดหลากหลายแง่มุม โดยอาศัยประสบการณ์ที่ผ่านมาของแต่ละคน สร้างสรรค์ความคิดที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม

## 2.2 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

พาร์เนส (Parnes, 1967: 1, อ้างถึงใน อ่าพันธ์ชนิด เจนจิต, 2546: 2) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ โดยเฉพาะการแก้ปัญหาที่เป็นการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (creative problem solving) เป็นกรอบแนวคิดที่ใช้ทักษะการคิดและเครื่องมือการคิดเพื่อค้นหาวิธีการหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีโครงสร้างของกระบวนการที่ใช้จินตนาการ การวิเคราะห์ความคิดสร้างสรรค์เพื่อนำไปใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ค้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหาและพิจารณาตัดสินเลือกแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดและแปลกใหม่ ทั้งนี้มีหลากหลายแนวคิดที่ถูกนำมาใช้เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์

รุณีชะฮ์ (Runisah, 2016: 348) อ้างถึงคำแนะนำของบริกส์และเดวิสว่า ความคิดสร้างสรรค์ในวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างจากความคิดสร้างสรรค์ของศาสตร์อื่น ๆ โดยเป็นการสร้างวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่สร้างสรรค์สำหรับแต่ละคน พุดอีกนัยหนึ่งคือ ความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องนำเสนอสิ่งใหม่เสมอไป นักเรียนที่นำเสนอแนวทางแก้ไขจากปัญหาด้วยวิธีของตนเองและเป็นแนวคิดที่ถูกต้องก็สามารถเรียกได้ว่าเป็นนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2552: 47) ได้กล่าวว่า การคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างซับซ้อน โดยใช้กระบวนการคิดที่แปลกใหม่ ริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นความสามารถทางสมองของนักเรียนที่คิดหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่ว กว้างไกลหลายทิศทาง ด้วยการคิดดัดแปลง ผสมผสานความคิดเดิมเข้ากับสิ่งใหม่ ๆ และเป็นความคิดที่ไม่ซ้ำแบบใคร ซึ่งอาจจะเป็นการคาดคะเนขั้นตอนวิธีหรือการแก้ปัญหาใด ๆ ทางคณิตศาสตร์

กฤษณา ไสยาศรี (2551:21 อ้างถึงใน จุติภรณ์ เอียบสร้างก็, 2558: 38) ได้กล่าวว่า การคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของนักเรียนที่คิดแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ได้กว้างไกล หลายทิศทาง ด้วยการคิดดัดแปลง ผสมผสานความคิดเดิมกับสิ่งใหม่ มีความแปลกและแตกต่างไปจากบุคคลอื่น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2557: 36) กล่าวถึงความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการ และวิจรรณญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม

จตุภรณ์ เอียบสร้างก็ (2554: 11) ให้นิยามความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่าคือ ความสามารถของนักเรียนที่สามารถคิดคำตอบได้ในปริมาณมาก คิดได้หลากหลายแนวทาง หลากหลายแง่มุม และมีความแปลกใหม่ในสิ่งที่คิดแตกต่างไปจากเดิม เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

จากการศึกษาความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น เราอาจสรุปได้ว่าความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคลซึ่งมีกระบวนการคิดที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่นหรือแก้ไขปัญหาที่มีอยู่ให้ดีขึ้น โดยอาศัยการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์อย่างสร้างสรรค์เพื่อเลือกวิธีการที่ดีที่สุด ซึ่งความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้นนับเป็นแนวคิดที่แปลกใหม่ของแต่ละคน ซึ่งอาจไม่เป็นแนวคิดที่แปลกใหม่สำหรับผู้อื่น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่าคือ ความสามารถของนักเรียนที่สามารถคิดคำตอบได้ในปริมาณมาก คิดได้หลากหลายแนวทาง หลากหลายแง่มุม และมีความแปลกใหม่ในสิ่งที่คิดแตกต่างไปจากเดิม เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพตามนิยามของจตุภรณ์ เอียบสร้างก็ (2554: 11)

### 2.3 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์

กิลฟอร์ด (Guilford, 1969: 145-151, อ้างถึงใน สาลินี เรื่องจ้อย, 2554: 25-26) ได้แบ่งองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ ออกเป็น 4 ประการ ดังนี้

1. ความคิดริเริ่ม (originality) หมายถึง ความคิดแปลกใหม่ไม่ซ้ำกันกับความคิดของคนอื่น และแตกต่างจากความคิดธรรมดา เป็นความคิดที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดริเริ่มอาจเกิดจากการนำเอาความรู้มาคิดดัดแปลงประยุกต์ให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ขึ้น

การคิดริเริ่มเป็นลักษณะของความคิดที่เกิดขึ้นเป็นครั้งแรก เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างจากความคิดเดิมและอาจไม่เคยมีใครนึกหรือคิดถึงมาก่อน ความคิดริเริ่มจำเป็นต้องอาศัยลักษณะความกล้าคิด กล้าลอง เพื่อทดสอบความคิดของตน บ่อยครั้งที่ความคิดริเริ่มจำเป็นต้องอาศัยความคิดจินตนาการหรือที่เรียกว่า จินตนาการประยุกต์ คือ ไม่ใช่คิดเพียงอย่างเดียว แต่จำเป็นต้องคิดสร้างและหาทางทำให้เกิดผลงาน

2. ความคิดคล่องแคล่ว (fluency) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่ว รวดเร็ว และมีปริมาณมากในเวลาที่กำหนด แบ่งเป็น 4 ประเภท

2.1. ความคิดคล่องแคล่วทางด้านถ้อยคำ (word fluency) เป็นความสามารถในการใช้ถ้อยคำอย่างคล่องแคล่ว

2.2. ความคิดคล่องแคล่วทางการโยงสัมพันธ์ (associational fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดหาถ้อยคำที่เหมือนกันหรือคล้ายกันได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ภายในเวลาที่กำหนด

2.3. ความคิดคล่องแคล่วทางการแสดงออก (expressional fluency) เป็นความสามารถในการใช้วลี หรือประโยค และนำมาเรียงกันอย่างรวดเร็ว เพื่อให้ได้ประโยคที่ต้องการ

2.4. ความคล่องแคล่วในการคิด (ideational fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดในสิ่งที่ต้องการภายในเวลาที่กำหนด ความคล่องในการคิดมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหา เพราะในการแก้ปัญหาจะต้องแสวงหาคำตอบหรือวิธีแก้ไขหลายวิธี และต้องนำวิธีการเหล่านั้นมาทดลองจนกว่าจะพบวิธีการที่ถูกต้องตามที่ต้องการ

3. ความคิดยืดหยุ่น (flexibility) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้หลายประเภทและหลายทิศทาง แบ่งออกเป็น

3.1. ความคิดยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันที (spontaneous flexibility) เป็นความสามารถที่พยายามคิดได้หลายทางอย่างอิสระ เช่น คนที่มีความคิดยืดหยุ่นในด้านนี้จะคิดได้ว่าประโยชน์ของก้อนอิฐมีอะไรบ้าง คิดได้หลายอย่างและคิดได้หลายทิศทาง ในขณะที่คนซึ่งไม่มีความคิดยืดหยุ่นจะคิดได้เพียงอย่างเดียวหรือสองอย่างเท่านั้น

3.2. ความคิดยืดหยุ่นทางการดัดแปลง (adaptive flexibility) เป็นความสามารถที่จะคิดได้หลากหลายและสามารถคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปเป็นหลายสิ่งได้ ซึ่งคนที่มีความคิดยืดหยุ่นจะคิดได้ไม่ซ้ำกัน

4. ความคิดละเอียดลออ (elaboration) หมายถึง ความคิดในรายละเอียดเพื่อตกแต่งหรือขยายความคิดหลักให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ความคิดละเอียดลออเป็นคุณลักษณะที่จำเป็นอย่างยิ่งในการสร้างผลงานที่มีความแปลกใหม่ให้สำเร็จ

ทอร์เรนซ์เป็นผู้ที่นำแนวคิดและองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ของกิลฟอร์ดมาใช้ในการศึกษาวิจัยในรูปแบบของการเรียนการสอน ซึ่งทอร์เรนซ์ (Torrance, 1973: 91-95 อ้างถึงใน จุติภรณ์ เอียบสร้างกี, 2558: 40) สนใจที่จะศึกษาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนโดยเน้นความคิดสร้างสรรค์ใน 3 องค์ประกอบ คือ

1. ความคล่องในการคิด เป็นความสามารถในการผลิตความคิดทางภาษาได้หลากหลาย เพื่อตอบสนองต่อคำถามปลายเปิดและคำถามอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็ความคิดทางภาษาหรือท่าทาง เช่น



ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ดนตรี และศิลปะ เป็นต้น หรืออาจจะกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่าเป็นความคิดคล่องทางการเชื่อมโยงสัมพันธ์

2. ความยืดหยุ่นในการคิด เป็นความสามารถในการกระทำต่อปัญหาได้หลากหลาย คิดได้หลากหลาย และสามารถแปลงความรู้หรือประสบการณ์ให้เกิดประโยชน์ได้หลาย ๆ ด้าน

3. ความคิดริเริ่ม เป็นความคิดแปลกใหม่ที่แตกต่างไปจากความคิดธรรมดา หรือความคิดที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่น ๆ หรือเป็นการรวมกันของความคิดที่ไม่มีความสัมพันธ์กันมาก่อนทั้งในด้านของความคิดหรือการกระทำ

รุณีชะย (Runisah, 2016: 348) ได้สรุปความคิดเห็นของนักวิชาการที่ใช้แนวคิดเรื่องความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม เพื่อสร้างความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า ความคล่องแคล่ว หมายถึง ความสามารถในการคิดวิธีได้หลายวิธี ความยืดหยุ่น หมายถึง วิธีการที่หลากหลายในแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสังเกตได้ในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหา และความคิดริเริ่ม หมายถึง ความคิดแปลกใหม่ที่เป็นไปได้และไม่ซ้ำกันใคร และอีกส่วนหนึ่งของความคิดสร้างสรรค์คือ ความคิดละเอียดลออและความละเอียดอ่อน

อุษณีย์ พันธุ์มณี (2540 อ้างถึงใน ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2541: 7) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไปว่าเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ใช้ความสามารถทางกระบวนการคิดระดับสูงหลายอย่างมารวมกันเพื่อสร้างสรรค์สิ่งใหม่ หรือแก้ปัญหาที่มีอยู่ให้ดีขึ้น ซึ่งมีคุณลักษณะ 4 ประการ

1. ความคิดคล่องตัว มีคำตอบตรงประเด็นคำถามได้มากในเวลาจำกัด
2. ความคิดยืดหยุ่น คิดได้หลายทาง ไม่ยึดติดกับแนวคิดอันใดอันหนึ่ง
3. ความคิดแปลกใหม่ คิดแนวใหม่ ไม่ซ้ำกับของเดิมที่คุ้นเคยอยู่แล้ว
4. ความคิดละเอียดลออ สามารถเห็นรายละเอียดหรือแง่มุมที่คนอื่นคิดไม่ถึงหรือไม่ได้สังเกต

ดังนี้

1. ความคล่องในการคิด เป็นความสามารถในการผลิตความคิด เป็นความคิดคล่องทางการเชื่อมโยงสัมพันธ์

2. ความยืดหยุ่นในการคิด เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย

3. ความคิดริเริ่ม เป็นความคิดที่แปลกใหม่ที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่น ๆ

ประจักษ์ ปฏิทัศน์ (2559: 81-89) อธิบายว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นวิธีการคิดแบบอนกนัย คือ คิดอย่างหลากหลายมิติ พลิกแพลงการคิดหลากหลายแง่มุม ทั้งมุมกว้างและแนวลึก มีการคิดริเริ่มสามารถปรับเปลี่ยนวิธีคิดได้อย่างคล่องแคล่วไม่ยึดติดอยู่กับวิธีคิดหรือเหตุผลอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น กล่าวที่จะคิด สามารถเปิดใจรับฟังคำวิจารณ์อย่างจริงจัง มีอิสระทางความคิด มีจินตนาการ และคิด

ในทางที่ดี วิธีการคิดแบบต่าง ๆ ที่เป็นองค์ประกอบของการคิดแบบอเนกนัย ซึ่งมีประสิทธิภาพ ประยุกต์ใช้ในการคิดเพื่อแก้ปัญหาหรือการคิดเพื่อสร้างสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ประกอบด้วยวิธีคิด 4 แบบ ได้แก่

1. ความคิดริเริ่ม หมายถึง ความคิดที่เป็นสิ่งแรกไม่มีผู้ใดคิดเช่นนั้นเลย จึงเป็นความคิดที่ แปรไปจากความคิดเดิม ๆ ที่เคยเกิดขึ้นมาแล้วก่อนหน้านั้น ทั้งนี้บุคคลที่จะคิดเรื่องใดก็ตามจะต้อง ศึกษาข้อมูลรายละเอียดของสิ่งที่มีอยู่เดิมแล้วนั้นให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อน ต้องคิดและต้องมี จินตนาการเชิงประยุกต์ทำให้เกิดเป็นความขึ้นจริงได้ จึงจะสามารถเกิดความคิดใหม่ริเริ่ม แตกต่าง และดีกว่าสิ่งที่มีอยู่เดิมได้ ซึ่งมีปัจจัยสำคัญ 3 ประการที่สามารถสนับสนุนความสำเร็จในการคิดริเริ่ม ได้เป็นอย่างดี ได้แก่

1.1. ทักษะการแตกกระบวนกรทางความคิดของตนเองให้ต่างจากกระบวนกรคิดของ ผู้อื่นที่เขาเคยคิดไว้แล้ว

1.2. ตัวบุคคลผู้ต้องการคิดริเริ่มจำเป็นต้องพัฒนาตนเองให้มีความมั่นใจในตนเอง ถ้าที่ จะคิดต่าง ถ้าที่จะแสดงออกทางความคิดในวิถีทางที่คนอื่น ๆ ยอมรับได้ ถ้าเผชิญกับสถานการณ์ที่ คลุมเครือไม่มีความมั่นคงไม่แน่นอน โดยการมองโลกในด้านบวก (positive thinking) และมีวุฒิภาวะทาง อารมณ์

1.3. ผลงานทางความคิดที่ริเริ่มจะต้องไม่ซ้ำกับสิ่งเดิมที่เคยมี และผลของการคิดริเริ่มนั้น จะต้องเป็นที่ยอมรับของประชาคมผู้มีส่วนได้ส่วนเสียในเรื่องนั้น ซึ่งเป็นประเด็นที่มีความสำคัญมาก เพราะมีการคิดริเริ่มจำนวนมากหลายเรื่องที่ไม่ได้รับการยอมรับจากประชาคมผู้มีส่วนได้ส่วนเสีย ในเรื่องนั้น เช่น การริเริ่มกีฬาสามนุษย์ การคิดริเริ่มในลักษณะนี้ไม่มีทางที่จะได้รับการยอมรับจาก ประชาคมผู้มีส่วนได้ส่วนเสียในเรื่องนั้น ความคิดริเริ่มเช่นนี้จึงไม่จัดเป็นความคิดสร้างสรรค์เพราะสิ่งที่จะ ถูกจัดเป็นความคิดสร้างสรรค์จะต้องดีกว่า สร้างประโยชน์มากกว่าสิ่งเดิมเท่านั้น

2. ความคิดคล่อง หมายถึง บุคคลที่มีศักยภาพทางการคิดหาคำตอบสำหรับคำถามจำนวน มากได้อย่างรวดเร็วในเวลาจำกัด ทักษะการคิดคล่องแบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่

2.1. ความคิดคล่องด้านถ้อยคำ หมายถึง ศักยภาพด้านความสามารถในการแต่งเพลง ใช้คำ วลี ประโยค ตามความหมายตรงกับสิ่งที่ตนเองกำลังคิด เช่น นักแต่งโคลง ฉันท กาพย์ กลอน นักแต่ง เพลง พ่อเพลงแม่เพลงลำตัด เพลงโคราช เป็นต้น

2.2. ความคิดคล่องด้านการเชื่อมโยง หมายถึง ศักยภาพด้านความสามารถในการคิดหา สิ่งที่เกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับสิ่งที่ตนกำลังคิดอยู่ เช่น ให้เอ่ยชื่อสัตว์ 4 เท้าให้ได้ถูกต้องมากที่สุดในเวลาที่ จำกัด เป็นต้น

2.3. ความคิดคล่องด้านการแสดงออก หมายถึง ศักยภาพด้านความสามารถในการ แสดงสิ่งที่ตนคิดออกมาได้อย่างถูกต้องเป็นจำนวนมากในเวลาจำกัด เช่น มีคำ 70 คำ เรียงเป็น

ประโยคที่ถูกต้องให้ได้มากที่สุดในเวลาจำกัด และคำที่กำหนดให้จะต้องถูกใช้ได้เพียงครั้งเดียวเท่านั้น ห้ามใช้ซ้ำในประโยคอื่นอีก เป็นต้น

2.4. ความคิดคล่องทางการสร้างแนวคิด หมายถึง ศักยภาพด้านความสามารถในการคิดได้หลากหลายแบบ หลายเรื่อง หลายมิติ หลายประเภท และคิดแล้วได้คำตอบถูกต้องเหมาะสมเป็นจำนวนมากในเวลาจำกัด

3. ความคิดยืดหยุ่น หมายถึง ศักยภาพด้านความสามารถในการคิดหาคำตอบได้หลายประเภท หลายระดับ และหลายทิศทาง ทำให้คำตอบที่ได้จากการคิดมีความแปลกแตกต่างไปอย่างมากมายหลากหลายแบบไม่ซ้ำแบบเดิม ทักษะการคิดยืดหยุ่นแบ่งออกเป็น 2 ด้าน ได้แก่

3.1. ความคิดยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันที หมายถึง ศักยภาพด้านความสามารถในการมีอิสระทางการคิด สามารถคิดเกี่ยวกับเป้าหมายทางการคิดเรื่องเดียวแต่ได้คำตอบออกมาหลากหลายมิติ เช่น ให้บอกถึงประโยชน์ของไม้จิ้มฟัน ผู้ที่มีศักยภาพความสามารถในการคิดยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันทีในระดับสูง จะสามารถบอกถึงประโยชน์ของไม้จิ้มฟันได้อย่างถูกต้องเป็นจำนวนมากในเวลาจำกัด เป็นต้น

3.2. ความคิดยืดหยุ่นด้านการดัดแปลง หมายถึง ศักยภาพด้านความสามารถในการคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปสู่สิ่งอื่น ๆ ได้อย่างถูกต้องเป็นจำนวนมากในเวลาจำกัด เช่น

**คำถามที่ 1** ให้เวลา 5 นาที ให้คิดว่ามีไม้สักทองจะนำมาผลิตเป็นอะไรได้บ้าง

**ตอบว่า** สร้างบ้าน สร้างวัด สร้างศาลา วัด สร้างมัสยิด สร้างโบสถ์ สร้างสะพาน ทำเตียงนอน ทำตู้โชว์ ทำโต๊ะรับแขก ทำรั้วบ้าน ทำศาลพระภูมิ ทำโต๊ะหมู่บูชา สลักพระพุทธรูป สร้างเรือ สร้างโรงเรียน สร้างโรงพัก สร้างโรงหนัง

**คำถามที่ 2** ให้เวลา 3 นาที จงนำคำตอบที่ท่านตอบในข้อ 1 มาจัดกลุ่มแยกออกเป็น 3 ประเภท

**ตอบว่า** ประเภทที่ 1 ทำอาคาร ได้แก่ สร้างบ้าน สร้างวัด สร้างศาลา วัด สร้างมัสยิด สร้างโบสถ์ สร้าง โรงเรียน สร้างโรงพัก สร้างโรงหนัง

ประเภทที่ 2 เครื่องใช้ ได้แก่ ทำเตียงนอน ทำตู้โชว์ ทำโต๊ะรับแขก ทำศาลพระภูมิ ทำโต๊ะหมู่บูชา สลักพระพุทธรูป

ประเภทที่ 3 อื่น ๆ ได้แก่ สร้างเรือ ทำรั้วบ้าน สร้างสะพาน

จากตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นว่าความคิดยืดหยุ่นด้านการดัดแปลงช่วยทำให้ผู้คิดสามารถคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปสู่สิ่งอื่นได้ และผู้ที่มีศักยภาพความสามารถด้านความคิดยืดหยุ่นด้านการดัดแปลงระดับสูงจะต้องสามารถคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปสู่สิ่งอื่นได้อย่างถูกต้องเป็นจำนวนมากในเวลาจำกัด

4. ความคิดละเอียดลออ หมายถึง การสังเกตเห็นในสิ่งที่ผู้อื่นมองไม่เห็น เพราะบุคคลมีความคิดที่ลุ่มลึกเกาะติดเข้าถึงรายละเอียดที่ประณีตพิถีพิถันในสิ่งที่คิด อันเป็นองค์ประกอบสำคัญที่

ทำให้ผลลัพธ์ทางการคิดที่ได้มีความสมบูรณ์แบบจนคนทั่วไปที่มีศักยภาพความสามารถด้านความคิดละเอียดลออในระดับต่ำไม่สามารถวัดหรือประเมินผู้ที่มีศักยภาพความสามารถด้านความคิดละเอียดลออสูงกว่าตน เช่น ผลงานของจิตรกร นักดนตรี นักวิทยาศาสตร์ สถาปนิก กวี และศิลปินสาขาต่าง ๆ เป็นต้น

จากการศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ข้างต้น เราอาจสรุปได้ว่า หลักสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ประกอบด้วย ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น ความคิดละเอียดลออ และความคิดริเริ่ม ซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดที่แปลกใหม่ในการแก้ปัญหา ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้นิยามขององค์ประกอบความคิดสร้างสรรค์ตามการจัดองค์ประกอบของสาลินี เรื่องจ้อย (2554: 6) ซึ่งได้ดัดแปลงมาจากแนวคิดของทอแรนซ์ โดยผู้วิจัยเห็นว่ามีความสอดคล้องและเป็นไปได้ในการเชื่อมโยงองค์ประกอบนั้นสู่ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งจัดเป็น 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความคล่องในการคิด เป็นความสามารถในการผลิตความคิด เป็นความคิดคล่องทางการเชื่อมโยงสัมพันธ์
2. ความยืดหยุ่นในการคิด เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย
3. ความคิดริเริ่ม เป็นความคิดที่แปลกใหม่ที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่น

#### 2.4 กระบวนการคิดสร้างสรรค์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ (2549: บทนำ) กล่าวว่า การพัฒนาศักยภาพด้านการคิดสร้างสรรค์ ร่วมกับการคิดในมิติอื่น จะช่วยพัฒนาสติปัญญาของเราให้เป็นผู้เฉลียวฉลาด แก้ปัญหาและพัฒนาสิ่งใหม่ได้ อันจะส่งผลให้เราสามารถดำเนินชีวิตอย่างเป็นผู้ชนะในการเผชิญอนาคตที่เปลี่ยนแปลงไป

นักคณิตศาสตร์และนักจิตวิทยาท่านหนึ่งที่มีความสนใจกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ อาดามาร์ (Hadamard, 1945: 2, อ้างถึงใน รุ่งนภา นรมาตย์, 2556: 36) ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสที่ศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (The mathematical creativity) และอธิบายกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีจิตวิเคราะห์ (Psychoanalysis) และทฤษฎีความสัมพันธ์เชื่อมโยง (The association theory) เข้าด้วยกัน ได้กล่าวว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีอยู่ 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียม (preparation) เป็นขั้นที่บุคคลได้รับปัญหาและมีการกระทำต่อปัญหานั้นในระดับที่รู้ตัว (conscious) อย่างเป็นระบบ (systematic) โดยวิธีการเชิงตรรกะ (logical approach) ซึ่งความพยายามในระดับที่รู้ตัวนี้จะเป็นการกระตุ้นแนวทางทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งแนวทางดังกล่าวจะเข้าสู่กระบวนการขั้นความคิดฟักตัวต่อไป

2. **ขั้นความคิดฟักตัว (incubation)** เป็นขั้นที่มีกระบวนการคิดไม่รู้ตัว (unconscious thinking processes) ซึ่งเป็นขั้นที่เกิดการรวมตัวกันของความคิดต่าง ๆ แบบสุ่ม และมีเพียงความคิดที่ดีเท่านั้นที่จะขึ้นสู่ระดับความมีสติรู้ตัว (consciousness)

3. **ขั้นรู้แจ้ง (illumination)** เป็นขั้นที่เกิดขึ้นในระดับรู้ตัวซึ่งเป็นขั้นที่เกิดจุดวิกฤติ (critical point หรือ point of illumination หรือ point of processes)

4. **ขั้นตรวจสอบ เสนอผลงาน และการนำไปใช้ (verification, exposition and utilization of the result)** เป็นขั้นสุดท้ายของกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเกิดในระดับรู้ตัวทั้งหมด ในการตรวจสอบความชัดเจนและความถูกต้อง (verification and precision) นั้น วิธีการหนึ่งที่ทำได้ คือ การพูดสื่อสาร (communication) ซึ่งกระทำได้ 2 ลักษณะ ได้แก่ การพูดสื่อสารกับตนเอง และการพูดสื่อสารกับผู้อื่น

ในกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ขั้นรู้แจ้งเป็นขั้นที่สำคัญที่สุดที่เกิดจุดวิกฤติขึ้น เป็นการใช้จุดวิกฤตินี้แบ่งแยกขั้นเตรียมและขั้นคิดฟักตัวออกจากขั้นตรวจสอบ

ทอร์เรนซ์ (Torrance, 1962: 47) กล่าวถึง กระบวนการคิดสร้างสรรค์ว่ามี 5 ขั้นตอน คือ

1. **การค้นหาคำความจริง (fact finding)** เป็นการพิจารณาคำตอบอันเกิดจากความสับสนวุ่นวายในใจ

2. **การค้นพบปัญหา (problem finding)** รู้ว่ามีปัญหาเกิดขึ้นหรือมองเห็นปัญหา

3. **การหาสมมติฐาน (idea finding)** รวบรวมความคิดและตั้งสมมติฐานขึ้น

4. **การค้นพบคำตอบ (solution finding)** การค้นพบคำตอบโดยทดสอบสมมติฐาน

5. **การยอมรับผลจากการค้นพบ (acceptance finding)** การยอมรับคำตอบจากการพิสูจน์เพื่อการแก้ปัญหา

วอลลาซ (Wallach, 1971: 67, อ้างถึงใน สาลีณี เรืองจ้อย, 2554: 30-31) กล่าวถึง กระบวนการคิดสร้างสรรค์ว่ามี 4 ขั้นตอน คือ

**ขั้นที่ 1** **ขั้นเตรียมตัว** เป็นการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการทำความเข้าใจปัญหา รวมทั้งการใช้ความพยายามเบื้องต้นเพื่อที่จะแก้ปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

**ขั้นที่ 2** **ขั้นการครุ่นคิด หรือการฟักตัว** เป็นระยะที่ข้อมูลต่าง ๆ ทั้งใหม่และเก่ามีการจัดระบบกันใหม่ซึ่งสมองต้องครุ่นคิดในระดับลึก ในขั้นนี้เมื่อถึงระยะหนึ่งบุคคลจะปล่อยวางหรือหันไปทำกิจกรรมอย่างอื่นเสมือนกับว่ามีได้สนใจเรื่องนี้อีกต่อไป

**ขั้นที่ 3** **ขั้นเกิดประกายแนวคิด** เป็นระยะที่สามารถคิดคำตอบออกได้ในทันที ความคิดสับสนในขั้นที่ผ่านมามีความกระจ่างชัดเจนขึ้น ความคิดจัดเข้าเป็นระบบได้

**ขั้นที่ 4** **ขั้นการพิสูจน์หรือการทดสอบ** เป็นการตรวจสอบความคิดด้วยการพิจารณาใคร่ครวญหรือทำการทดลองซ้ำหลายครั้ง เพื่อให้เกิดผลเป็นข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ที่ถูกต้อง

จากการศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการคิดสร้างสรรค์จากนักวิชาการศึกษาข้างต้น เราอาจสรุปได้ว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์เริ่มตั้งแต่การเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อค้นหาความจริงในการแก้ปัญหา เมื่อได้ ข้อมูลที่สนใจส่งผลให้เกิดการครุ่นคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ จัดความคิดเข้าเป็นระบบจนเกิดประกาย ความคิดที่นำไปสู่การแก้ปัญหา และนำแนวคิดนั้นไปใช้ตรวจสอบ ทดลองปฏิบัติ จนได้ผลสรุปที่ ถูกต้องสมบูรณ์

## 2.5 ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์

กิลฟอร์ด (Guilford, 1967: 54, อ้างถึงใน สาลีณี เรืองจ้อย, 2554: 37) ได้กล่าวถึง ลักษณะ ของผู้ที่มีความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

1. มีความคล่องในการคิด เป็นความสามารถในการคิดได้เร็วมีปริมาณมากและไม่ซ้ำกัน
2. มีความคิดที่แปลกใหม่ เป็นความสามารถในการคิดได้แตกต่างจากผู้อื่นและเป็นความคิดที่มีคุณค่า มีประโยชน์ต่อตนเองและต่อสังคม
3. มีความคิดยืดหยุ่น เป็นความคิดที่ดัดแปลงให้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้
4. มีความสามารถในการสังเคราะห์ เป็นความสามารถในการสร้างสิ่งใหม่ให้เกิดขึ้นที่ไม่เหมือนใคร
5. มีความสามารถในการวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการคิดแยกโครงสร้างออกเป็นส่วน ๆ และนำมารวมประกอบให้เกิดผลงานชิ้นใหม่ได้
6. มีการปรับเปลี่ยนหรือนิยามใหม่ เป็นความสามารถในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งที่มีอยู่เดิมตามธรรมชาติให้เกิดประโยชน์ยิ่งขึ้นหรือตีความขยายความ และนำข้อมูลไปใช้ในวัตถุประสงค์อื่น
7. มีความคิดซับซ้อน เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายและนำไปสู่การปฏิบัติได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เฮลอค (Haylock, 1987: 58, อ้างถึงใน นวลทิพย์ นวพันธ์, 2552: 49) ได้กล่าวถึงผู้ที่มีความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูง สรุปได้ดังนี้

1. เป็นผู้ที่มีความรอบรู้และมีนโยบายเกี่ยวกับตนเองทางคณิตศาสตร์สูง
2. มีความคาดหวังที่จะคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ดีที่สุด
3. มีจินตนาการในการคิดและกระทำในสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยด้วยความพยายาม
4. มีความวิตกกังวลเกี่ยวกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์
5. ชอบที่จะคิดตอบคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แบบปลายเปิด
6. มีความคิดที่เป็นอิสระและมีความคล่องในทักษะการคิดและการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนปกติ

7. มีความคล่องและความคิดริเริ่มในการคิดหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่น

8. มีความกล้าคิด กล้าเสี่ยงที่จะตอบคำถาม กล้าแสดงเหตุผล และกล้าคิดคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

9. มีความสามารถในการคาดคะเนเหตุการณ์ที่ไม่แน่นอนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยอยู่บนพื้นฐานแห่งความเป็นจริง

10. มีความคิดเป็นลำดับขั้นตอนและมีการจัดเรียงลำดับข้อมูลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์อย่างมีระเบียบกฎเกณฑ์

11. มีลักษณะเด่นในด้านพุทธิพิสัยและไม่จำกัดความคิดของตนเองในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่เพียงอย่างเดียว

เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2008: 30) กล่าวถึง ลักษณะของนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มีความยืดหยุ่นในการจัดการข้อมูลต่าง ๆ สามารถปรับเปลี่ยนข้อมูลที่ได้จากการคำนวณไปเป็นข้อมูลที่แสดงเป็นรูปภาพ เปลี่ยนเป็นข้อมูลในรูปสัญลักษณ์ หรือสามารถใช้กราฟเป็นตัวแทนในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

2. สามารถใช้กระบวนการย้อนกลับได้ นักเรียนสามารถเปลี่ยนวิธีคิดให้ตรงตามปัญหาที่พบ เป็น การคิดย้อนกลับเพื่อฝึกฝนความสามารถในการคิด

3. มีวิธีการคิดริเริ่มในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาโดยวิธีการเฉพาะที่แตกต่างจากที่คิดแบบเดิมมีความพยายามในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีที่ไม่เคยใช้มาก่อน

4. มีความมุ่งมั่นและพยายามที่จะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมและชัดเจนในการอธิบายเหตุผล

5. สนใจในความสัมพันธ์และการโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมักใช้คำถามว่า “ทำไม...” หรือ “จะเป็นอย่างไรถ้า...”

6. มีความสามารถ มีความอดทนในการแก้ปัญหาที่ยาก

7. พยายามเรียนรู้ปัญหาที่ลึกซึ้งกว่าปัญหาผิวเผิน เมื่อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาแรกเริ่มได้แล้ว จากนั้นพยายามขบคิดและสำรวจตรวจค้นปัญหาที่สนใจซึ่งสืบเนื่องจากปัญหาแรกเริ่มที่สามารถแก้ไขได้แล้ว

ประจักษ์ ปฏิทัศน์ (2559: 83) กล่าวถึง ลักษณะเฉพาะส่วนบุคคลผู้คิดสร้างสรรค์ (creative person) ผลการศึกษาในเชิงจิตวิทยาบุคลิกภาพ พบว่า บุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ส่วนใหญ่มีลักษณะบุคลิกภาพโดดเด่น ดังนี้

1. กล้าเผชิญทุกเหตุการณ์ในชีวิตด้วยจิตใจที่มั่นคง เป็นตัวของตัวเอง ปราศจากการหลีกเลี่ยง ถอยหนี แต่ใช้สติปัญญาคิดหาทางแก้ไขปัญหาที่ตนเผชิญอย่างสุดความสามารถเท่าที่ตนจะทำได้
  2. ดำเนินชีวิตในเส้นทางที่ตนเองเป็นผู้ตัดสินใจเลือก เลือกทำในสิ่งที่ตนเองมีความสุขที่ได้ทำ มากกว่าการทำเพื่อหวังเพียงแต่ได้เงินหรือเพื่อทำให้ตนมีชื่อเสียงเกียรติยศเท่านั้น แต่กลับยอมสละทุกสิ่งเพื่อให้ได้ทำในสิ่งที่ตนรัก
  3. ไม่ยอมจำนนต่อปัญหา จะไม่หยุดคิดจนกว่าจะพบแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม ทำให้เกิดความแปลกใหม่ ชีวิตจึงเต็มไปด้วยความแปลกใหม่ในเรื่องที่ตนสนใจอยู่เสมอ
  4. มีความอยากรู้อยากเห็นสิ่งใหม่ ๆ เปิดรับข้อมูลใหม่ มีความสุขที่ได้เรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในเรื่องที่ตนสนใจ ชอบการผจญภัย กล้าเสี่ยง อดทนต่อความเครียด ภาวะกดดัน และอดทนต่อสภาพความคลุมเครือได้มากกว่าผู้อื่น
  5. เมื่อสนใจสิ่งใดแล้วจะมีสมาธิตั้งใจจดจ่อกับสิ่งนั้นมากเป็นพิเศษ
  6. มีความเป็นตัวของตัวเองสูง มีอิสระทางความคิด การกระทำ และมีอิสระในการจินตนาการ เชื่อมั่นในตนเองไม่คล้อยตามความคิดของผู้อื่นง่าย ๆ
  7. มีความยืดหยุ่นทางความคิด แม้จะมีความมั่นใจในตนเองแต่ไม่ใช่คนที่ยึดติดถือมั่นในแนวคิดเรื่องใดเรื่องหนึ่งแบบตายตัวมากเกินไป สามารถปรับเปลี่ยนวิธีคิดและรับรู้ข้อมูลได้ไว
  8. มีสติปัญญาสูงและสามารถบูรณาการทางความคิดได้ดี หลักแหลม มีความจำดี
  9. ชอบคิดริเริ่มสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง และมุ่งมั่นที่จะทำให้ประสบความสำเร็จ
  10. รับรู้โลกตามความเป็นจริง มีจิตใจที่เที่ยงตรงเป็นกลาง เข้าใจการเปลี่ยนแปลง ยอมที่จะปรับตัวตามการเปลี่ยนแปลงอย่างเท่าทัน
  11. กล้าแสดงออกเมื่อรู้สึกไม่เห็นด้วย กล้าต่อต้านในสิ่งที่ตนไม่เห็นด้วย ต่อต้านกฎระเบียบต่าง ๆ ที่ไม่ถูกต้อง คุณเป็นคนหัวแข็งหัวดี
  12. ไม่สนใจเรื่องเล็กน้อย มองข้ามเรื่องที่ตนไม่สนใจ แม้จะเป็นเรื่องงานหรือกิจกรรมประจำวันทำให้ดูเป็นคนเลินเล่อหรือทำผิดกฎระเบียบข้อบังคับอยู่บ่อย ๆ
  13. ต่อต้านความรุนแรง แต่ไม่ตั้งตัวเป็นศัตรูกับใคร
  14. ชอบพึ่งพาตนเอง รักสันโดษ ไม่ชอบการพึ่งพาผู้อื่น
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: 152-154) กล่าวถึง ลักษณะของผู้มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้
1. ความอยากรู้อยากเห็น หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงความต้องการที่จะเรียนรู้หรือความต้องการที่อยากรู้เพิ่มเติมจากสิ่งที่รู้แล้วหรือยังไม่รู้ เพื่อปรับปรุงความรู้เดิมหรือ เพื่อให้ได้ความรู้ด้านต่าง ๆ ในประเด็นที่สนใจ



2. ความไวต่อปัญหา หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการเกิดความคิดอย่างฉับพลันสืบเนื่องจากการรับรู้หรือการได้ประสบกับเหตุการณ์ในด้านต่าง ๆ

3. ความคิดแหวกแนว หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการมีแนวคิดที่แตกต่างไปจากบุคคลโดยทั่วไปที่มีต่อประเด็นขบคิดอย่างเดียวกันในด้านต่าง ๆ

4. ชอบทำในสิ่งที่ท้าทายความคิด หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการชอบคิดหรือทำในสิ่งที่ยากหรือต้องใช้ความพยายามมากกว่าปกติในด้านต่าง ๆ

5. ชอบการเปลี่ยนแปลง หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการชอบคิดชอบทำในสิ่งแปลกใหม่และหลีกเลี่ยงการคิดและทำในสิ่งที่ซ้ำซากจำเจในด้านต่าง ๆ

6. ทำงานเพื่อความพอใจ หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการคิดหรือทำงานโดยมีความพอใจที่จะได้ใช้ความรู้ความคิดของตนเป็นแรงจูงใจมากกว่าการได้รับสินจ้างรางวัลหรือค่าชมเชย

7. อารมณ์ขัน หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการมีมุมมองที่หลากหลายและใช้มุมมองที่หลากหลายนั้นผ่อนคลายความตึงเครียดในลักษณะของความสนุกสนานหรือมีอารมณ์ขัน

ลักษณะสำคัญทั้ง 7 ประการข้างต้นสำหรับผู้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์อาจมีน้อยในบางประการแตกต่างกันไปในแต่ละบุคคล ครูอาจใช้ลักษณะสำคัญ 7 ประการข้างต้นในการตรวจสอบว่า นักเรียนคนใดมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้ หรือจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้ นักเรียนมีลักษณะสำคัญดังกล่าวข้างต้นก็ได้

จากลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น เราอาจสรุปได้ว่าบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์จะมีความคิดรวบยอดในเชิงสังเคราะห์ และกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นของตนเอง มีความอยากรู้อยากเห็นและเปลี่ยนแปลงกระบวนการคิดใหม่ ๆ ลองผิดลองถูกเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นคนมุ่งมั่น อดทน และมีความพยายามในการแก้ปัญหา ไม่มีขีดจำกัดในตัวเอง รักอิสระ ชื่นชอบความหลากหลาย และทำในสิ่งที่ท้าทายความคิดตลอดเวลา

## 2.6 การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์

โนวิตา (Novita, 2016: 35) กล่าวว่า มีหลากหลายวิธีที่ทำให้ความคิดสร้างสรรค์เข้ามาอยู่ในวิชาคณิตศาสตร์ สิ่งสำคัญ 3 อย่าง คือ ความคิดแบบนามธรรม การเชื่อมโยง และการวิจัย ซึ่งความคิดสร้างสรรค์ของสิ่งที่เป็นนามธรรมเกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองที่สะท้อนถึงคำถามแท้จริง และสามารถใช่วิธีการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการของแต่ละบุคคลนั้น ความคิดสร้างสรรค์ในการเชื่อมโยงนั้นจะทำให้สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้กับปัญหาใหม่ ช่วยให้เห็นองการแก้ปัญหาในวิธีใหม่ได้ การเชื่อมโยงจะเกิดขึ้นเมื่อนำความคิดทางคณิตศาสตร์และความรู้ต่าง ๆ มารวมกัน เพื่อสร้างความเข้าใจในการแก้ปัญหาด้วยความรู้ที่หลากหลายจากศาสตร์

อื่น ๆ และสิ่งสุดท้ายการวิจัยความคิดสร้างสรรค์ คือ การคิดค้นวิธีการใหม่ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาและเป็นวิธีที่ใช้ได้กับทุกคน

Runisah (Runisah, 2016: 348) กล่าวว่า เราสามารถพัฒนาทักษะการคิดสร้างสรรค์ผ่านการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการคิดและเป็นสิ่งที่สำคัญในการเพิ่มศักยภาพการคิดและกระบวนการเรียนรู้ ทั้งนี้เป็นเพราะการเรียนรู้แนวคิดและการแก้ปัญหาในทางคณิตศาสตร์ที่ดีจำเป็นต้องมีทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะความคิดสร้างสรรค์ โดยการพัฒนาศักยภาพในการคิดสร้างสรรค์ผ่านการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ได้ในชีวิตประจำวัน

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2000: 5-6, อ้างถึงใน นวลทิพย์ นวพันธ์, 2552: 53) กล่าวว่า การส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ครูเป็นผู้มีบทบาทอย่างยิ่งสำหรับส่งเสริมนักเรียน โดยจะต้องจัดให้นักเรียนได้มีโอกาสที่หลากหลายในการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ในการสำรวจ ตรวจสอบ ค้นคว้าหางานที่มีลักษณะ ดังนี้

1. ควรใช้คำถามที่ถามให้นักเรียนคิด ไม่ใช่คำถามที่ให้นักเรียนเดาสิ่งที่ครูกำลังคิด หรือเดาคำตอบให้ตรงใจครู
2. ควรให้งานที่นักเรียนสามารถทำได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานที่เคยเรียนมาก่อน แล้วจึงค้นพบหลักการ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยเรียนมาก่อน
3. ควรให้งานลักษณะที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจคุณสมบัติ ขยายความคิดและความสนใจไปสู่ความสัมพันธ์ของเนื้อหาใหม่ ๆ
4. ควรให้งานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในหลากหลายระดับและหลากหลายวิธี เช่น การถามให้ตอบปากเปล่า ถามโดยใช้รูปภาพ กราฟ พีชคณิต จำนวนและเรื่องอื่นที่มีประเด็นน่าสนใจ โดยพยายามใช้คำถามเป็นหลัก แล้วให้นักเรียนทุกคนจะประสบความสำเร็จในระดับใดระดับหนึ่ง โดยที่ยังคงรักษาเกณฑ์ระดับที่สูงไว้สำหรับท้าทายนักเรียนที่มีความพร้อมและกระตือรือร้นที่จะก้าวหน้า หลักสำคัญคือปัญหานั้นอาจมีหลายส่วน การเริ่มต้นโดยใช้คำถามที่สัมพันธ์กันง่าย ๆ ซึ่งนักเรียนทุกคนตอบได้แล้วจึงสร้างคำถามที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น เพื่อท้าทายให้นักเรียนใช้ทักษะทั้งหมดที่มีอยู่ การใช้วิธีดังกล่าวมานี้ นักเรียนทุกคนสามารถทำโดยใช้คำถามพื้นฐานเดียวกันในระดับที่เหมาะสม โดยส่วนมากที่ใช้วิธีนี้นักเรียนทุกคนเลือกอ่านหรือเขียนเรื่องในหัวข้อเดียวกัน แต่นักเรียนแต่ละคนอาจเลือกอ่านหรือเขียนได้ในระดับที่กว้างแตกต่างกัน
5. ควรอนุญาตให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถในการตอบคำถาม การให้เหตุผล การสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนเชื่อมโยงกับปัญหาในชีวิตจริง

6. ควรให้งานที่ได้ใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม เช่น เครื่องคำนวณ คอมพิวเตอร์ ให้เหมาะสมที่สุดกับการวัดทางคณิตศาสตร์ และแบบจำลองความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

7. ควรให้เวลาสำหรับคิดผลลัพธ์ของนักเรียนแต่ละคน และการแก้ปัญหาควรให้เวลาอย่างเพียงพอสำหรับการสำรวจเป็นกลุ่ม และเพียงพอสำหรับการค้นพบวิธีการแก้ปัญหา

8. ควรให้งานที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการทำ

9. ใช้คำถามที่เปิดกว้างโดยมีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่า 1 คำตอบ หรือมีวิธีคิดหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

10. ควรส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่แรกเริ่มถามคำถามจนถึงการตอบปัญหา ในปัญหาหนึ่ง ๆ ควรเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาอื่น ๆ ครูควรลองตั้งปัญหาต่าง ๆ กับเพื่อนครูก่อนที่จะใช้กับนักเรียน เพื่อให้ครูได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาหลายวิธี หลายรูปแบบ หลักการทั่วไป และความสัมพันธ์ของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถหาได้ด้วยตนเอง

พิชากร แปลงประสพโชค (2540: 24, อ้างถึงใน ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2541: 7) กล่าวว่า บรรยากาศที่เอื้อต่อการเกิดความคิดสร้างสรรค์ เป็นบรรยากาศที่เต็มไปด้วยการยอมรับ และการกระตุ้นให้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ เมื่อวิเคราะห์องค์ประกอบของจิตวิทยาที่เอื้อต่อความคิดสร้างสรรค์มี 2 ประการ คือ

1. ความปลอดภัยทางจิต (psychological safety) ปลอดภัยจากการถูกเพ่งเล็ง เยาะเย้ย เสียดสี ความคาดหวังในมาตรฐาน และการแข่งขัน

2. ความเป็นอิสระทางจิต (psychological freedom) ความผ่อนคลาย ความสนุก เป็นไปตามธรรมชาติ ไม่ฝืนความรู้สึก

จากการศึกษาเกี่ยวกับแนวทางการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น เราอาจสรุปได้ว่า แนวทางการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้แก่แก่นักเรียนนั้น สิ่งสำคัญคือการเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์ให้สอดคล้องกับสถานการณ์จริง สามารถนำไปใช้แก้ไขปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ในกระบวนการเรียนการสอนครูต้องสร้างแรงจูงใจภายในให้กับนักเรียน โดยการออกแบบการเรียนการสอนให้เนื้อหาที่มีความหมายแก่นักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ มีกิจกรรมการเรียนที่ทำทนายหรือทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น สร้างโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองหรือสำรวจจนค้นพบสิ่งที่อยากเรียนรู้ด้วยตนเอง แล้วจึงนำมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น ส่งเสริมให้นักเรียนต่อยอดความคิดนั้นในมุมกว้างขึ้น คำถามที่ใช้นักเรียนควรเป็นคำถามที่เปิดกว้างทั้งกระบวนการคิดและการหาคำตอบเพื่อสร้างความหลากหลายในการเรียนรู้ จัดบรรยากาศที่ผ่อนคลาย ยืดหยุ่น เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างสนุกสนาน

## 2.7 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ประจักษ์ ปฏิทัศน์ (2559: 106) กล่าวว่า แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ที่นักจิตวิทยาสร้างขึ้นมีอยู่เป็นจำนวนมาก เช่น แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพของเด็กที่มีความคิดสร้างสรรค์ (Minnesota Test of Creative Thinking) และ แบบทดสอบการวัดความคิดสร้างสรรค์ของทอแรนซ์ (Torrance Test of Creative Thinking) ซึ่งเป็นแบบทดสอบความคิดที่มีชื่อเสียง แต่ทั้งนี้ในการเลือกใช้ก็ยังคงต้องคำนึงถึงปัจจัยด้านความแตกต่างทางวัฒนธรรม (cultural differentiation) ระหว่างผู้สร้างเครื่องมือกับผู้ใช้เครื่องมือเป็นสำคัญ นอกจากนี้เครื่องมือทดสอบความคิดสร้างสรรค์มีหลากหลายรูปแบบให้เลือกใช้ได้อย่างเหมาะสมกับบริบทการประเมินที่แตกต่างกัน ในทางปฏิบัตินั้นนักจิตวิทยาเชื่อว่าไม่มีเครื่องมือชนิดใดชนิดหนึ่งที่สามารถประเมินความคิดสร้างสรรค์ได้ครบทุกองค์ประกอบจากการใช้เครื่องมือเพียงชนิดเดียว วิธีการประเมินความคิดสร้างสรรค์จึงมีให้เลือกใช้มากมาย ซึ่งจำแนกได้ดังนี้

1. การสังเกต (observation) หมายถึง การวัดตัวแปรที่เป็นองค์ประกอบความคิดสร้างสรรค์โดยการเฝ้าดูพฤติกรรมแล้วบันทึกไว้
2. การวาดภาพ (drawing) หมายถึง การทดสอบความคิดสร้างสรรค์ด้วยการกำหนดให้ผู้ถูกทดสอบวาดภาพตามจินตนาการของแต่ละบุคคล
3. การจินตนาการจากหยดน้ำหมึก (inkblots test) หมายถึง การขอให้ผู้ถูกทดสอบจินตนาการภาพหยดน้ำหมึกบนกระดาษ ผู้ทดสอบได้หยดน้ำหมึกบนแผ่นกระดาษแล้วพับกระดาษแผ่นนั้นครึ่งตรง กึ่งกลางจุดที่ได้หยดน้ำหมึกลงไป พับทิ้งไว้สักครู่จึงคลี่กระดาษออกเป็นเต็มแผ่นเหมือนเดิม จะทำให้ได้ภาพสมมาตรของการหยดน้ำหมึก ซึ่งอาจมีลักษณะคล้ายผีเสื้อ หรืออะไรก็ตามขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ถูกทดสอบความคิดสร้างสรรค์แต่ละคนจะรายงานออกมา ผู้ทดสอบก็จะวิเคราะห์และแปลผลการรายงานดังกล่าวนั้นออกมาเป็นผลการทดสอบความคิดสร้างสรรค์ต่อไป
4. การสร้างผลงานทางศิลปะ คือ การขอให้ผู้ถูกทดสอบสร้างสรรค์ผลงานศิลปะออกมา เพื่อให้ผู้ประเมินแปลผลเป็นระดับความสามารถในการคิดสร้างสรรค์
5. การสร้างแบบทดสอบ หมายถึง ผู้ทดสอบสร้างเครื่องทดสอบความคิดสร้างสรรค์ในรูปแบบของแบบทดสอบ ให้ผู้ถูกทดสอบเลือกคำตอบจากรายการคำตอบที่กำหนดให้ วิธีการสร้างแบบทดสอบเป็นวิธีการที่นิยมมากในปัจจุบัน เนื่องจากมีความสะดวกในการดำเนินการ ดำเนินการได้ง่าย มีความเที่ยงตรงสูง และประหยัดทรัพยากร เช่น แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางภาษา แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางศิลปะ แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางสังคม แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

กรมวิชาการ (2539: 4, อ้างถึงใน รุ่งนภา นรมาตย์, 2556: 45-46) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นคุณลักษณะที่เป็นนามธรรม แนวทางที่จะวัดคุณลักษณะดังกล่าวนี้ สามารถวัดได้ด้วยวิธีการที่แตกต่าง

กันหลายวิธี แต่ละวิธีก็มีข้อจำกัด ข้อดี ข้อเสียแตกต่างกันไป อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า ในปัจจุบันการวัดความคิดสร้างสรรค์ที่เป็นที่นิยม สามารถกระทำได้ 3 วิธี คือ

1. การสังเกตพฤติกรรมนักเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าทางความคิดสร้างสรรค์กระทำได้ 2 ลักษณะ คือ เป็นแบบทางการและไม่เป็นทางการขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการประเมิน การสังเกตพฤติกรรมนักเรียนแบบเป็นทางการอาจใช้แบบทดสอบ แบบมาตราวัด ประเมินค่า การสัมภาษณ์ การสอบถามความคิดเห็นจากครูประจำชั้น ส่วนการสังเกตพฤติกรรมแบบไม่เป็นทางการจะไม่มี การควบคุมเวลา หรือสถานการณ์ใด ๆ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นธรรมชาติและเป็นประจำ โดยสังเกตได้จากการทำกิจกรรม การเล่น หรือการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น การสังเกตพฤติกรรมนักเรียนทั้ง 2 ลักษณะนั้น สามารถสังเกตได้จากพฤติกรรมที่ปรากฏดังต่อไปนี้

- 1.1. มีความมั่นใจในการแสดงออก เช่น กล้าพูด กล้าซักถาม เป็นต้น
- 1.2. มีความพยายามในการคิดแก้ปัญหา ความอดทน ตลอดจนการเอาใจใส่ต่อการปฏิบัติกิจกรรม จนกระทั่งงานสำเร็จ
- 1.3. ให้ความร่วมมือในการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ
- 1.4. ยอมรับในสิ่งแปลกใหม่
- 1.5. มีสัมพันธภาพกับสมาชิกในกลุ่ม
- 1.6. สามารถพูดแสดงความคิดเห็นได้อย่างรวดเร็ว
- 1.7. มีความคิดหลายทิศทาง
- 1.8. มีอารมณ์ขัน สนุกสนาน ร่าเริง
- 1.9. สามารถปรับตัวได้ดีในบรรยากาศที่อิสระ
- 1.10. มีความเป็นตัวของตัวเอง
- 1.11. มีความยืดหยุ่นในการคิด
- 1.12. มีความสามารถในการคิดอย่างคล่องแคล่ว
- 1.13. สามารถแตกความคิดเดิมไปสู่ความคิดที่แปลกใหม่
- 1.14. มีความสุขกับการทำงาน
- 1.15. มีความอยากรู้อยากเห็น (พิจารณาจากการซักถาม)

2. การวัดโดยใช้แบบทดสอบ การวัดวิธีนี้เริ่มต้นจากการสร้างแบบทดสอบขึ้นก่อน โดยทั่วไปแบบทดสอบจะมีลักษณะเป็นการกำหนดสถานการณ์ที่แปลกประหลาดหรือที่ไม่ใช่ สถานการณ์ปกติ แล้วให้นักเรียนใช้ความคิดโดยอิสระ “ตอบ” คำถามจากสถานการณ์นั้น คำตอบของนักเรียนนั้นอาจไม่นำไปพิจารณาได้ว่าถูกหรือผิด เนื่องจากเป็นคำตอบที่ตอบขึ้นในสถานการณ์ “แปลกใหม่” การพิจารณาให้คะแนนคำตอบ นิยมแยกให้คะแนนเป็น 3 กรณี คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ในการทดสอบบางครั้งอาจให้คะแนนกรณีอื่นได้ เช่น ความคิดละเอียดลออ เป็นต้น

ความคิดคล่อง หมายถึง จำนวนรายชื่อที่ตอบได้ตรงตามเงื่อนไข เช่น ถ้าตอบได้ 7 ข้อ ถือว่า คิดคล่องได้ 7 คะแนน เป็นต้น ในขณะที่ความคิดยืดหยุ่น หมายถึง จำนวนกลุ่มของคำตอบที่จัดเข้า เป็นหมวดหมู่ได้ เช่น จากการตอบได้ 7 ข้อ หากจัดคำตอบได้เป็น 3 กลุ่ม ถือว่าได้คะแนนความคิด ยืดหยุ่น 3 คะแนน ส่วนความคิดริเริ่มพิจารณาจาก “การไม่ซ้ำ” กับคำตอบของผู้เข้าสอบในคราว เดียวกัน โดยหลักการคำตอบที่ไม่ซ้ำกับใครจะได้คะแนนสูงสุดซึ่งโดยปกตินิยมให้คะแนนคำตอบเช่นนี้ 5 คะแนน ส่วนคะแนนที่ซ้ำกันก็ให้คะแนนลดหลั่นกันไปเป็น 4, 3, 2, 1, 0 ตามลำดับ

3. การตรวจคุณภาพผลงาน การวัดความคิดสร้างสรรค์โดยการพิจารณาจากคุณภาพของ ผลงานนี้จัดว่าเป็นการวัดใน “ระดับลึก” กว่า การวัดโดยใช้แบบทดสอบ การวัดโดยวิธีนี้เป็นการ กระทำโดยให้ผู้รู้เป็นผู้ตรวจคุณภาพของผลงาน ในที่นี้ผลงานอาจหมายถึงงานในลักษณะต่าง ๆ ที่ครู มอบหมายให้ทำ เช่น การแต่งกลอน การวาดภาพ การประดิษฐ์สิ่งของ ฯลฯ ซึ่งการตรวจสอบ คุณภาพของผลงานดังกล่าวนี้จะต้องกำหนดเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ชัดเจน

นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552: 13) กล่าวถึง การวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ประยุกต์ตามแนวคิดของเมนโดซา (Mendoza) ที่ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ใน 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความคิดคล่อง คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้จำนวนมาก ที่สุดในเวลาจำกัด
2. ความคิดยืดหยุ่น คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้หลายกลุ่ม และหลายแนวทาง
3. ความคิดริเริ่ม คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้ แปลกใหม่ และแตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น หรือเป็นการรวมกันของความคิดที่ไม่มีความสัมพันธ์กันมา ก่อนทั้งในด้านความคิดหรือการกระทำ
4. ความคิดละเอียดลออ คือ ความคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอน สามารถอธิบายให้เห็นภาพ ได้ชัดเจน ซึ่งความคิดละเอียดลออจัดเป็นรายละเอียดที่นำมาตกแต่งหรือขยายความคิดเพื่อให้เกิด ความสมบูรณ์มากขึ้น

จตุภรณ์ เอียบสร้างก็ (2554: 44) กล่าวว่า การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สามารถวัดตามองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบ ตามแนวคิดของทอแรนซ์ (สาลีณี เรื่องจ้อย, 2554: 6) ดังนี้

- 1) ความสามารถในการคิดคล่องแคล่ว หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการ คิดหาคำตอบได้อย่างถูกต้องรวดเร็วและต่อเนื่องและได้คำตอบมาก ๆ ในเวลาที่จำกัด

2) ความสามารถในการคิดยืดหยุ่น หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องได้หลายทาง หลายรูปแบบ และสามารถเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาได้ทันทีที่รู้ว่ามีคำตอบ

3) ความสามารถในการคิดริเริ่ม หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องมีความแปลกใหม่และแตกต่างจากความคิดของผู้อื่น

จากการศึกษาการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลายท่าน ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยจะทำการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ตามองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบของ จูติภรณ์ เอียบสร้างก็ ดังก้าวข้างต้น ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดของทอร์แรนซ์ และสอดคล้องกับการนิยามองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ที่กำหนดไว้

## 2.8 เกณฑ์วัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ทอร์แรนซ์ (Torrance, 1972: 34-38, อ้างถึงใน ธันวา วิริยะประสิทธิ์, 2556: 60-61) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบที่ให้เสรีภาพแก่ผู้ตอบในการเขียนตอบให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เพื่อให้การตรวจให้คะแนนมีลักษณะเป็นปรนัย จึงได้กำหนดเกณฑ์เพื่อเป็นแนวทางในการตรวจให้คะแนนดังนี้

1. คะแนนความคิดคล่องแคล่ว การให้คะแนนประเภทนี้พิจารณาจากจำนวนคำตอบตามเงื่อนไขของข้อสอบแต่ละข้อโดยให้คะแนนคำตอบละ 1 คะแนนไม่ว่าคำตอบนั้นจะซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นหรือไม่ แต่ถ้าคำตอบไม่เป็นตามเงื่อนไข คำตอบซ้ำหรือเหมือนเดิมกับของตนเองจะไม่ให้คะแนนอีก

2. คะแนนความคิดยืดหยุ่น การให้คะแนนประเภทนี้พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจะจัดเป็นกลุ่มหรือประเภทของคำตอบของนักเรียนแต่ละคนตามวิธีการคิดที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนดให้ โดยให้คะแนนความคิดคล่องแคล่วมาจัดเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดไว้เรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ

3. คะแนนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การให้คะแนนประเภทนี้พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดแปลกแตกต่างไปจากธรรมดาในการตอบของกลุ่มตัวอย่าง โดยความถี่ของคำตอบที่กลุ่มตัวอย่างตอบ ถ้าคำตอบใดที่กลุ่มตัวอย่างตอบซ้ำกันมาก ๆ จะได้คะแนนน้อยหรือไม่ได้เลย ถ้าคำตอบยิ่งซ้ำกับคนอื่นน้อยหรือไม่ซ้ำคนอื่นเลยจะได้คะแนนมากขึ้น เกณฑ์การให้คะแนนยึดหลักตามสัดส่วนของความถี่ของคำตอบตามวิธีการของครอพลีย์ (Cropley) ดังนี้

คำตอบซ้ำ 12 %ขึ้นไป	ได้ 0 คะแนน
คำตอบซ้ำ 6-11 %	ได้ 1 คะแนน
คำตอบซ้ำ 3-5 %	ได้ 2 คะแนน

คำตอบซ้ำ 2 %

ได้ 3 คะแนน

กรมวิชาการ (2546: 125) เสนอเกณฑ์วัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดีมาก	มีแนวคิด/วิธีการแปลกใหม่ที่สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้องสมบูรณ์
3	ดี	มีแนวคิด/วิธีการแปลกใหม่ที่สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง แต่นำไปปฏิบัติแล้วไม่ถูกต้องสมบูรณ์
2	พอใช้	มีแนวคิด/วิธีการไม่แปลกใหม่แต่นำไปปฏิบัติได้ถูกต้องสมบูรณ์
1	ปรับปรุง	มีแนวคิด/วิธีการไม่แปลกใหม่และนำไปปฏิบัติแล้วยังไม่สมบูรณ์
0	ไม่พยายาม	ไม่มีผลงาน

จุดิกรณั เ็ยบสร้างกั (2558: 75-76) สร้างเกณัทการประเมันแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสร้าททางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดดังนี้

#### ด้านความคิดคล่อง

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0



### ด้านความคิดยืดหยุ่น

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	3
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	2
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

### ด้านความคิดริเริ่ม

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขได้ไม่ซ้ำกับผู้อื่น หรือซ้ำกับผู้อื่นอย่างน้อย 1 วิธี แต่ไม่เกินร้อยละ 3 ของนักเรียนทั้งหมด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขได้ซ้ำกับผู้อื่นอย่างน้อย 1 วิธี ซึ่งมากกว่าร้อยละ 3 แต่ไม่เกินร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขได้ซ้ำกับผู้อื่นอย่างน้อย 1 วิธี ซึ่งมากกว่าร้อยละ 10 แต่ไม่เกินร้อยละ 20 ของนักเรียนทั้งหมด	1
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขได้ซ้ำกับผู้อื่นอย่างน้อย 1 วิธี มากกว่าร้อยละ 20 ของนักเรียนทั้งหมด	0

จากการศึกษาเกี่ยวกับเกณฑ์การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของจุติภรณ์ เอียบสร้างก็ ในด้านของความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น ตามเกณฑ์ดังกล่าวข้างต้น ในส่วนของความคิดริเริ่มนั้น ผู้วิจัยได้ปรับเกณฑ์ในส่วนของลักษณะคำตอบ ดังนี้

### ด้านความคิดริเริ่ม

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่น ไม่เกินร้อยละ 3 ของนักเรียนทั้งหมด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่น มากกว่าร้อยละ 3 ไม่เกินร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่น มากกว่าร้อยละ 10 ไม่เกินร้อยละ 20 ของนักเรียนทั้งหมด	1
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่น มากกว่าร้อยละ 20 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด	0

**หมายเหตุ** ในกรณีของคำตอบที่ถูกต้องมีการซ้ำกับผู้อื่นมากกว่า 1 วิธี พิจารณาร้อยละการซ้ำกับผู้อื่น และเลือกให้คะแนนคำตอบที่มีร้อยละการซ้ำกับผู้อื่นน้อยที่สุด

### 2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

รุนιση (Runisah, 2016: 347) ได้ศึกษาการพัฒนาประสิทธิภาพและเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทักษะการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (creative thinking skills in mathematics, CTSM) โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยเทคนิคอภิปัญญา (the 5E learning cycle with metacognitive technique, LCM) ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในเมืองอินทราบายู ประเทศอินโดนีเซีย กลุ่มตัวอย่างที่ใช้คือนักเรียนเกรด 8 จากผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยเทคนิคอภิปัญญาดีกว่าผู้ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบเสาะและการเรียนรู้แบบปกติ ในทำนองเดียวกันผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบเสาะดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนวิธีการเรียนแบบปกติ และไม่มีผลกระทบระหว่างรูปแบบการเรียนรู้กับระดับนักเรียนในการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

โนวิตา (Novita, 2016: 33) ได้ศึกษาความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา โดยใช้โจทย์ปัญหาเช่นเดียวกับโจทย์ปัญหาในแบบทดสอบ PISA (Programme for International Student Assessment หรือ โครงการประเมินผลการศึกษา นักเรียนนานาชาติ) งานวิจัยนี้ศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษา เกรด 6 ในปาเล็มบัง จำนวน 10 คน ซึ่งได้ผลว่า โจทย์ปัญหาเหล่านี้ช่วยให้นักเรียนเกิดความท้าทายและกระตุ้นความอยากรู้อยากเห็นได้

เป็นอย่างมาก ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าการใช้โจทย์ปัญหาเช่นเดียวกับโจทย์ปัญหาของแบบทดสอบ PISA ช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รุ่งนภา นรมาศย์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เงิน โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 72.59 ของคะแนนเต็ม และนักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 80.33 ของคะแนนเต็ม

จากการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ต่าง ๆ อาทิ การเรียนรู้แบบสืบเสาะ การใช้โจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการคิด การใช้เทคนิคอภิปราย การคิดแบบฮิวริสติกส์ ทำให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการคิด การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมทักษะความคิดสร้างสรรค์เป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ปัญหาด้วยตัวเอง ได้แลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหากับผู้อื่น และลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีที่ตัวเองถนัดเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ เมื่อนักเรียนเป็นส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนรู้จะทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริงและสร้างองค์ความรู้ของตัวเองได้

### 3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT

#### 3.1 แนวคิด/ทฤษฎีของการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT พบว่าการเรียนรู้ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT พัฒนามาจากการค้นคว้าของแม็คคาร์ธี (Mc Carthy) นักการศึกษาชาวอเมริกัน ในปี ค.ศ. 1979 แม็คคาร์ธีได้รับทุนสนับสนุนให้ทำวิจัยชิ้นใหญ่เกี่ยวกับองค์ประกอบทางสมองและรูปแบบการเรียนรู้ของเด็ก เขาได้นำเสนอการเรียนรู้ของนักเรียน 4 แบบ ซึ่งคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและสอดคล้องกับความต้องการของนักเรียนแต่ละประเภท

ทิสนา แคมมณี (2556: 60-61) กล่าวว่า แม็คคาร์ธี พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนนี้ขึ้น จากแนวคิดของโคลบ (Kolb) ซึ่งอธิบายว่า การเรียนรู้เกิดขึ้นจากความสัมพันธ์ของ 2 มิติ คือ การรับรู้ (perception) และกระบวนการจัดกระทำข้อมูล (processing) การรับรู้ของบุคคลมี 2 ช่องทาง คือ ผ่านทางประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม และผ่านทางความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม ส่วนกระบวนการ จัดกระทำกับข้อมูลที่รับรู้ นั้น มี 2 ลักษณะเช่นเดียวกัน คือ การลงมือทดลองปฏิบัติ และการสังเกต โดยใช้ความคิดอย่างไตร่ตรอง เมื่อลากเส้นตรงของช่องทางการรับรู้ 2 ช่องทาง และเส้นตรงของ กระบวนการจัดกระทำข้อมูลเพื่อให้เกิดการเรียนรู้มาตัดกัน แล้วเขียนเป็นวงกลมจะเกิดพื้นที่เป็น 4 ส่วนของวงกลม ซึ่งสามารถแทนลักษณะการเรียนรู้ของนักเรียน 4 แบบ คือ

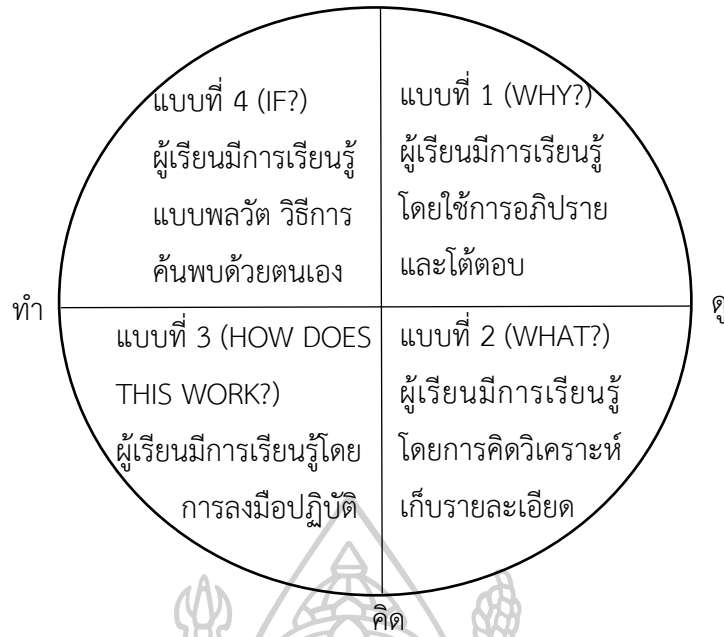
**แบบที่ 1** นักเรียนที่ถนัดจินตนาการ (imaginative learners) เป็นนักเรียนที่มีการรับรู้ผ่านทาง ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม และใช้กระบวนการจัดกระทำข้อมูลด้วยการสังเกตอย่างไตร่ตรอง

**แบบที่ 2** นักเรียนที่ถนัดการวิเคราะห์ (analytic learners) เป็นนักเรียนที่มีการรับรู้ผ่านทาง ความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม และชอบใช้กระบวนการสังเกต อย่างไตร่ตรอง

**แบบที่ 3** นักเรียนที่ถนัดใช้สามัญสำนึก (common sense learners) เป็นนักเรียนที่มีการ รับรู้ผ่านทางความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม และชอบใช้กระบวนการลงมือทำ

**แบบที่ 4** นักเรียนที่ถนัดในการปรับเปลี่ยน (dynamic learners) เป็นนักเรียนที่มีการรับรู้ ผ่านทางประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม และชอบใช้กระบวนการลงมือปฏิบัติ

แม็คคาร์ธี และคณะฯ ได้นำแนวคิดของโคลบ มาประกอบกับแนวคิดเกี่ยวกับการทำงานของ สมองทั้งสองซีก ทำให้เกิดเป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้คำถามหลัก 4 คำถาม คือ ทำไม (Why?) อะไร (What?) อย่างไร (How?) และถ้า (If?) ซึ่งสามารถพัฒนานักเรียนที่มีทักษะ การเรียนรู้แตกต่างกันทั้ง 4 แบบ ให้สามารถใช้สมองทุกส่วนของตนในการพัฒนาศักยภาพของตนได้ อย่างเต็มที่ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 รูปแบบของนักเรียน 4 แบบ

สอดคล้องกับนิมิตน้อย แห่งปัสสา (2551: 40-42) ที่กล่าวว่า มอริริส และแมคคาร์ธี เสนอแนวคิดว่ามี 4 แบบ ซึ่งมีรูปแบบการเรียนรู้และมีความรู้แตกต่างกัน โดยมีลักษณะดังนี้

**นักเรียนแบบที่ 1** นักเรียนมีการเรียนรู้โดยใช้จินตนาการเป็นหลัก จะเรียนได้ดีโดยการฟัง จะรับข้อมูลแล้วสะท้อนความคิดเห็น โดยหาความหมายที่ชัดเจนแล้วบูรณาการประสบการณ์ให้เข้ากับตนเองเพื่อนำข้อมูลไปใช้เป็นการส่วนตัว สามารถจัดการกับปัญหาด้วยตนเอง และระดมความคิดร่วมกับผู้อื่นได้ ครูสามารถพัฒนานักเรียนแบบนี้ได้โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. อำนวยความสะดวกเพื่อให้เกิดความก้าวหน้าของนักเรียนแต่ละคน
2. ช่วยให้นักเรียนรู้จักตนเองมากขึ้น
3. หลักรัฐบาลจะส่งเสริมความสามารถของแต่ละบุคคลอย่างแท้จริง
4. การได้ความรู้เป็นการยกระดับความเข้าใจของแต่ละบุคคล
5. ส่งเสริมความเป็นตัวตนที่แท้จริงของนักเรียน
6. ชอบการอภิปราย งานกลุ่ม และข้อมูลย้อนกลับที่เป็นจริงเกี่ยวกับความรู้
7. สนใจคนที่ใช้ความพยายามในการร่วมมือกับผู้อื่น
8. ตระหนักถึงพลังทางสังคมที่มีต่อการพัฒนามนุษย์
9. พยายามเน้นจุดมุ่งหมายที่มีความหมายที่ดี
10. โน้มน้าวเมื่อเกิดความกลัว ความกดดัน และบางเวลาเมื่อขาดความกล้าหาญ คำถามที่

นักเรียนแบบนี้ชอบใช้คือ “ทำไม”

**นักเรียนแบบที่ 2** นักเรียนมีการเรียนรู้โดยการวิเคราะห์และการเก็บรายละเอียดเป็นหลัก และแสวงหารายละเอียดและคิดเป็นขั้นตอน จะรับรู้ในลักษณะรูปธรรมและสะท้อนความคิดเห็นออกมา เก่งในการเรียนแบบเดิม การตรวจสอบข้อเท็จจริงและนำข้อเท็จจริงต่าง ๆ มาประกอบเป็นทฤษฎี จัดการกับปัญหาด้วยเหตุผล หลักเกณฑ์ และการดำเนินการเป็นขั้นตอน เพื่อนำไปสู่ข้อเท็จจริง ครูสามารถพัฒนานักเรียนแบบนี้ได้โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. สนใจในการถ่ายทอดความรู้
2. พยายามเป็นผู้ที่มีความถูกต้องแม่นยำให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้
3. มีความเชื่อว่าหลักสูตรจะส่งเสริมความรู้ความเข้าใจที่มีความหมายมากขึ้น และการนำเสนออย่างเป็นระบบ

4. มองความรู้อย่างเข้าใจลึกซึ้ง
5. ส่งเสริมนักเรียนที่มีความสามารถโดดเด่น
6. ชอบข้อเท็จจริงและรายละเอียด การคิดแบบเป็นระบบและตามขั้นตอน
7. เป็นครูแบบเดิมที่มีความรู้แม่นยำ
8. เชื่อในการใช้อำนาจอย่างมีเหตุผล
9. มีแนวโน้มที่จะไม่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ โดยมีอำนาจเหนือเจตคติ คำถามที่นักเรียนแบบนี้ชอบคือ “อะไร”

**นักเรียนแบบที่ 3** นักเรียนมีการเรียนรู้ด้วยประสาทสัมผัสและสามัญสำนึก ชอบการลงมือปฏิบัติ จะรับรู้ข้อมูลที่เป็นนามธรรมและประมวลความรู้จากการทำ ลองกระทำจริง ชอบทดลองทำสิ่งต่าง ๆ ต้องการรู้วิธีการทำงานของสิ่งต่าง ๆ ชอบวางแผนและกำหนดเวลา จัดการกับปัญหาด้วยการลงมือทำ ครูสามารถพัฒนานักเรียนแบบนี้ได้โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. สนใจในผลผลิตและความสามารถ
2. พยายามให้ทักษะที่จำเป็นในการดำรงชีวิต
3. เชื่อว่าหลักสูตรควรปรับปรุงให้เข้ากับความสามารถและการใช้ประโยชน์ที่เหมาะสมกับความต้องการของมนุษย์

4. การส่งเสริมการประยุกต์ใช้การปฏิบัติ
5. ความรู้ความสามารถทำให้นักเรียนสามารถวางแผนการดำรงชีวิตได้
6. ชอบวิธีการใช้ทักษะและกิจกรรมที่ลงมือปฏิบัติ
7. วิธีที่ดีควรส่งเสริมด้วยวิธีทางวิทยาศาสตร์
8. ใช้การให้รางวัลในการวัดผล
9. มีแนวโน้มที่จะไม่ยืดหยุ่นและเชื่อมั่นในตนเอง
10. ขาดทักษะการทำงานเป็นทีม คำถามที่นักเรียนแบบนี้ชอบใช้คือ “จะทำงานนี้อย่างไร”

**นักเรียนแบบที่ 4** นักเรียนมีการเรียนรู้แบบพลวัตและการค้นพบด้วยตนเอง จะรับรู้ผ่านสิ่งที่เป็นรูปธรรม เรียนด้วยการลองผิดลองถูก จะปรับตัวหรือเปลี่ยนแปลงได้ง่าย มีความคิดใหม่ ๆ จัดการกับปัญหาด้วยสัญชาตญาณ ครูสามารถพัฒนานักเรียนแบบนี้ได้โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. สนใจในการทำงานให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง
2. พยายามให้บุคคลแสดงวิสัยทัศน์ของเขา
3. เชื่อว่าหลักสูตรควรจะมีไปตามความสนใจและความถนัดของนักเรียน
4. เข้าใจว่าความรู้จำเป็นสำหรับการปรับปรุงสังคมที่ยิ่งใหญ่
5. ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยการทดลอง
6. ขอวิธีการสอนที่หลากหลาย
7. เป็นผู้นำที่กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน
8. พยายามสร้างสรรค์สิ่งใหม่เพื่อกระตุ้นให้มีชีวิตชีวามากยิ่งขึ้น
9. พยายามสร้างขอบเขตใหม่
10. มีแนวโน้มที่จะหุนหันพลันแล่นและจัดการกับการเปลี่ยนแปลงให้เหมาะสม คำถามที่นักเรียนแบบนี้ชอบใช้คือ “ถ้า”

จากการศึกษาแนวคิดและทฤษฎีของการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT เราสามารถสรุปได้ว่า การเรียนรู้ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT เป็นจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาทักษะการเรียนรู้ที่แตกต่างกันทั้ง 4 แบบ ได้แก่ แบบที่ 1 นักเรียนที่เรียนรู้โดยจินตนาการ แบบที่ 2 นักเรียนที่เรียนรู้โดยการวิเคราะห์ แบบที่ 3 นักเรียนที่เรียนรู้โดยสามัญสำนึกและประสาทสัมผัส แบบที่ 4 นักเรียนที่เรียนรู้โดยการลงมือปฏิบัติและค้นพบด้วยตนเอง เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนได้เรียนรู้ร่วมกันตามความถนัดและสนใจ

### 3.2 การจัดการเรียนรู้ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT

นึ่มน้อย แพงปีสสา (2551: 37-38) กล่าวว่า มอร์ริส และแมคคาร์ธี ( Morris & Mc Carthy) ได้เสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ตอบสนองการเรียนรู้ของนักเรียน 4 แบบ มีความสัมพันธ์กับการทำงานของสมองซีกซ้ายและซีกขวา โดยมีหลักการดังนี้

1. มนุษย์ได้รับประสบการณ์และความรู้ ด้วยวิธีการที่แตกต่างกันหลายวิธี และมีกระบวนการจัดการกับประสบการณ์และความรู้ทั้งหลายต่างกัน ตลอดจนสามารถผสมผสานเทคนิคการรับรู้และปรับแต่งให้เกิดเป็นรูปแบบการเรียนรู้เฉพาะตนที่ไม่เหมือนใคร
2. รูปแบบการเรียนรู้ที่สำคัญมีอยู่ 4 แบบ ซึ่งมีคุณค่าเท่าเทียมกันและนักเรียนจะต้องมีความสุขและสะดวกสบายในวิธีการเรียนรู้ของตน
3. รูปแบบการเรียนรู้ของนักเรียน 4 แบบ ได้แก่

3.1. นักเรียนแบบที่ 1 เป็นผู้มีความสนใจในความหมายส่วนตัว ครูจำเป็นต้องสร้างความรู้สึกที่มีเหตุผลและให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล

3.2. นักเรียนแบบที่ 2 เป็นผู้มีความสนใจในข้อเท็จจริง และทำความเข้าใจด้วยตนเอง ครูต้องป้อนข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงที่ทำให้นักเรียนเข้าใจข้อเท็จจริงอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น

3.3. นักเรียนแบบที่ 3 เป็นผู้มีความสนใจเบื้องต้นในวิธีการต่าง ๆ ที่ลงมือปฏิบัติและได้ชิ้นงาน ครูต้องชักชวนและให้ปฏิบัติด้วยตนเอง

3.4. นักเรียนแบบที่ 4 เป็นผู้มีความสนใจเบื้องต้นในการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ครูต้องให้นักเรียนเรียนรู้และสอนกันเอง

4. นักเรียนทุกคนจำเป็นต้องมีครูที่สอนด้วยวิธีการครบทั้ง 4 แบบ เพื่อให้เรียนได้อย่างสะดวกสบายและประสบผลสำเร็จ ต่อจากนั้นสามารถพัฒนาสมรรถภาพการเรียนรู้ในด้านอื่น ๆ ต่อไป

5. ระบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT จะดำเนินไปตามวัฏจักรการเรียนรู้เป็นไปตามขั้นตอนทั้ง 4 แบบ ผสมผสานกับลักษณะพิเศษซึ่งเน้นความก้าวหน้าทางการเรียนรู้ตามธรรมชาติ

6. วิธีการเรียนรู้ทั้ง 4 แบบนี้ จำเป็นต้องสอนด้วยเทคนิคกระบวนการทางสมองซีกซ้ายและซีกขวา นักเรียนที่มีความถนัดทางสมองซีกขวาจะเรียนรู้ได้เพียงครึ่งเวลาและปรับครึ่งเวลาที่เหลือนั้นให้เหมาะสม ส่วนนักเรียนที่มีความถนัดทางสมองซีกซ้ายจะเรียนรู้ได้เพียงครึ่งเวลาและเรียนรู้ดัดแปลงครึ่งเวลาที่เหลือนั้นให้เหมาะสมเช่นกัน

7. เป้าหมายหลักของการศึกษา คือการพัฒนาและบูรณาการการเรียนรู้ทั้ง 4 แบบให้เป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน รวมทั้งการพัฒนาและบูรณาการสมองซีกซ้ายและซีกขวาให้เป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน

8. นักเรียนจะกลายเป็นผู้ยอมรับว่าตนมีความเข้มแข็งและสามารถนำมาใช้ให้เกิดประโยชน์ในการพัฒนาศักยภาพของตน

9. ถ้าเราให้ความสนใจและมีความสุขกับสภาพแวดล้อมที่เป็นอยู่ก็จะเรียนรู้จากผู้อื่นได้มากขึ้นเท่านั้น

เมื่อนำแนวความคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ตอบสนองการใช้สมองซีกซ้ายและขวามาเป็นหลักทำให้การวางแผนกิจกรรมแบ่งออกเป็น 8 ขั้นตอน ดังนี้ (เชียร พานิช, 2544: 25 – 31, อ่างถึงโน นิมน้อย แพงปัสสา, 2551: 44-45)

**ขั้นที่ 1** สร้างประสบการณ์ตรงเป็นการพัฒนาสมองซีกขวา

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ประสบการณ์เป็นการพัฒนาสมองซีกซ้าย

**ขั้นที่ 3** ประมวลประสบการณ์เป็นความคิดรวบยอด เป็นการพัฒนาสมองซีกขวา

**ขั้นที่ 4** พัฒนาความคิดด้วยข้อมูล เป็นการพัฒนาสมองซีกซ้าย



ขั้นที่ 5 ทำตามแนวคิดที่กำหนด เป็นการพัฒนาสมองซีกซ้าย

ขั้นที่ 6 สร้างชิ้นงานตามความถนัด / ความสนใจ เป็นการพัฒนาสมองซีกขวา

ขั้นที่ 7 วิเคราะห์และประยุกต์ใช้ เป็นการพัฒนาสมองซีกซ้าย

ขั้นที่ 8 แลกเปลี่ยนความรู้ความคิด เป็นการพัฒนาสมองซีกขวา

การวางแผนกิจกรรมการเรียนรู้หรือวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT แสดงในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ขั้นตอนของวัฏจักร 4 MAT

พรพิไร แก้วสมบัติ (2551: 12) กล่าวว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ที่ผ่านประสบการณ์ทุกอย่างครบทุกขั้นตอนจะได้รับประสบการณ์และได้รับความรู้ไปพัฒนาความคิด โดยแมคคาร์ธีได้ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่า จากการศึกษาด้านการทำงานสมองทั้ง 2 ซีก เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนทุกแบบผสมผสานกันกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแบ่งการเรียนรู้ได้เป็น 4 ส่วน โดยแต่ละส่วนแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย 2 ขั้นตอน จึงทำให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างหลากหลายและยืดหยุ่นตอบสนองการพัฒนาศักยภาพทุกด้านของนักเรียนแต่ละแบบที่มีการเรียนรู้แตกต่างกัน กล่าวคือ

**ส่วนที่ 1** การนำเสนอประสบการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับนักเรียน แบ่งเป็นขั้นที่ 1 การเสริมสร้างประสบการณ์ และขั้นที่ 2 วิเคราะห์ประสบการณ์

**ส่วนที่ 2** การเสนอเนื้อหาสาระ ข้อมูลเกี่ยวกับนักเรียน แบ่งเป็นขั้นที่ 3 บูรณาการการสังเกตไปสู่ความคิดรวบยอด และขั้นที่ 4 พัฒนาความคิดรวบยอด

**ส่วนที่ 3** ฝึกปฏิบัติเพื่อพัฒนาความคิดรวบยอด แบ่งเป็นขั้นที่ 5 ปฏิบัติตามความคิดรวบยอด และขั้นที่ 6 การนำเสนอผลการปฏิบัติงาน

**ส่วนที่ 4** การนำความคิดรวบยอดไปสู่การประยุกต์ใช้ แบ่งเป็นขั้นที่ 7 การวิเคราะห์เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ การพัฒนางาน และขั้นที่ 8 แลกเปลี่ยนความรู้ของตนเองกับผู้อื่น

ศักดิ์ชัย นิรัญทวี และไพเราะ พุ่มมัน (2542: 43, อ้างถึงใน ทิศนา ขัมมณี, 2556: 62-63) กล่าวว่า การเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT มีขั้นตอน ดำเนินการ 8 ขั้น ดังนี้

**ขั้นที่ 1** การสร้างประสบการณ์ ผู้สอนเริ่มต้นจากการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนเห็นคุณค่าของเรื่องที่เรียนด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ว่า ทำไมตนจึงต้องเรียนรู้เรื่องนี้

**ขั้นที่ 2** การวิเคราะห์ประสบการณ์หรือสะท้อนความคิดจากประสบการณ์ ช่วยให้นักเรียนเกิดความตระหนักรู้และยอมรับความสำคัญของเรื่องที่เรียน

**ขั้นที่ 3** การพัฒนาประสบการณ์เป็นความคิดรวบยอด หรือแนวคิดเมื่อนักเรียนเห็นคุณค่าของเรื่องที่เรียนแล้ว ผู้สอนจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดขึ้นด้วยตนเอง

**ขั้นที่ 4** การพัฒนาความรู้ความคิด เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์และเกิดความคิดรวบยอดหรือแนวคิดพอสมควรแล้ว ผู้สอนจึงกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความรู้ความคิดของตนให้กว้างขวางและลึกซึ้งขึ้น โดยการให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย การเรียนรู้ในขั้นที่ 3 และ 4 นี้คือการตอบคำถามว่า สิ่งที่ได้เรียนรู้คืออะไร

**ขั้นที่ 5** การปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้ ในขั้นนี้ผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ความคิดที่ได้รับจากการเรียนรู้ในขั้นที่ 3-4 มาทดลองปฏิบัติจริงและศึกษาผลที่เกิดขึ้น

**ขั้นที่ 6** การสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเองจากการปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้ในขั้นที่ 5 นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ถึงจุดเด่นจุดด้อยของแนวคิด ความเข้าใจแนวคิดนั้นจะกระจ่างขึ้นในขั้นนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความสามารถของตน โดยการนำความรู้ความเข้าใจนั้นไปใช้หรือประยุกต์ใช้ในการสร้างชิ้นงานที่เป็นความคิดสร้างสรรค์ของตนเอง ดังนั้นคำถามหลักที่ใช้ในขั้นที่ 5-6 ก็คือ จะทำอย่างไร

**ขั้นที่ 7** การวิเคราะห์ผลงานและแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้ เมื่อนักเรียนได้สร้างสรรค์ชิ้นงานของตนตามความถนัดแล้ว ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผลงานของตน ชื่นชมกับ

ความสำเร็จและเรียนรู้ที่จะวิพากษ์วิจารณ์อย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งรับฟังข้อวิพากษ์วิจารณ์เพื่อปรับปรุงงานของตนให้ดีขึ้นและการนำไปประยุกต์ใช้ต่อไป

**ขั้นที่ 8** การแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด ขั้นนี้เป็นขั้นของการขยายขอบข่ายของความรู้โดยการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดแก่กันและกันและร่วมกันอภิปราย เพื่อการนำการเรียนรู้ไปเชื่อมโยงกับชีวิตจริงและอนาคต คำถามหลักในการอภิปราย ก็คือ “ถ้า?” ซึ่งอาจนำไปสู่การเปิดประเด็นใหม่สำหรับนักเรียนในการเริ่มต้นวัฏจักรของการเรียนรู้ในเรื่องใหม่ต่อไป

สิริวรรณ ตระสุสานนท์ (2542: 243, อ้างถึงใน กรนรินทร์ อ่อนสุระทุม, 2557: 57) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT ว่าครูต้องเตรียมตัวสร้างสรรค์ประสบการณ์ของตนเองก่อนเข้าสู่การสอน บทบาทของครูในขั้นที่ 1-2 เป็นผู้นำอภิปราย ตั้งคำถามนำสนทนาเกี่ยวกับประสบการณ์เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจเรื่องที่เรียน ขั้นที่ 3-4 ครูเป็นผู้ให้ความรู้ข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวกับเรื่องที่เรียน ขั้นที่ 5-6 ครูเปลี่ยนบทบาทเป็นผู้แนะนำให้นักเรียนเป็นผู้ฝึกฝนด้วยตนเอง ขั้นที่ 7-8 ครูเป็นผู้ซ่อมเสริมและเป็นแหล่งข้อมูลให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบด้วยตนเองจากการเรียน และสอดคล้องกับตรูเนตร อัสชสวัสดิ์ (2542: 11-12) ที่สรุปว่าเพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนบรรลุตามจุดมุ่งหมาย ครูควรปรับเปลี่ยนทัศนคติ และการสร้างสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ แนวทางดังนี้

1. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนอย่างสม่ำเสมอ
2. ครูต้องสร้างแรงจูงใจต่อนักเรียน
3. ให้นักเรียนรู้อย่างมีความสุขจากการเรียนตามความสนใจ
4. ให้นักเรียนฝึกทักษะเกี่ยวกับแนวคิดรวบยอดและเห็นคุณประโยชน์โดยตรง
5. กระตุ้นให้นักเรียนค้นคว้าหาความรู้และทำความเข้าใจ
6. สอนให้ครบกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 4 แบบการเรียนรู้ในการพัฒนา

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT เราอาจสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT แบ่งออกเป็น 8 ขั้นตอน เพื่อตอบสนองความถนัดของผู้เรียนครบทั้ง 4 แบบ โดยครูมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แนวทางการจัดกิจกรรมทั้ง 8 ขั้นตอน ของ ศักดิ์ชัย นิรัญทวี และไพเราะ พุ่มมัน (2542: 45, อ้างถึงใน ทิศนา แคมมณี, 2556: 62-63) ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าเป็นการจัดกิจกรรมที่เห็นภาพชัดเจน สามารถนำไปใช้ปฏิบัติในชั้นเรียนได้จริงไม่ซับซ้อน มีแนวทางในการปรับใช้ให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้

### 3.3 ประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT

ทิศนา แคมมณี (2556: 246) กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ว่านักเรียนจะสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองในเรื่องที่เรียน จะเกิดความรู้ความเข้าใจและนำความรู้

ความเข้าใจนั้นไปใช้ได้ และสามารถสร้างผลงานที่เป็นความคิดสร้างสรรค์ของตนเอง รวมทั้งได้พัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ อีกจำนวนมาก

อุษณีย์ โพธิสุข (2542: 62, อ้างถึงใน สิทธิพงษ์ สินสวัสดิ์, 2556: 28) กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ว่าเป็นวิธีสอนที่ไม่ยาก นักเรียนสนุกสนานและช่วยในการสังเกตพฤติกรรมสำรวจดูว่านักเรียนคนไหนตอบสนองการเรียนรู้แบบใดมากที่สุด ซึ่งสามารถเก็บข้อมูลได้ว่านักเรียนน่าจะมีศักยภาพทางการเรียนรู้ลักษณะใด

กมลนรินทร์ อ่อนสุระทุม (2557: 60) กล่าวถึง ประโยชน์ของการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT ว่ามีประโยชน์หลายด้าน คือ

1. ด้านนักเรียน นักเรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยเชื่อมโยงความรู้ใหม่เข้ากับประสบการณ์เดิม ทำให้การเรียนรู้มีความหมายต่อนักเรียนที่ได้เรียนรู้ที่จะทำงานกับผู้อื่นอย่างมีประสิทธิภาพ ยอมรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น
2. ด้านครู ช่วยให้ครูคำนึงถึงลักษณะการเรียนรู้ที่แตกต่างของนักเรียนแต่ละคน และยอมรับความแตกต่างของนักเรียน ครูมีความสุขในการสอน ได้เตรียมการสอนที่มีคุณภาพ สร้างแผนการสอนอย่างสร้างสรรค์บนพื้นฐานการคิดวิเคราะห์
3. ด้านผู้ปกครอง ผู้ปกครองเข้าใจธรรมชาติของการเรียนรู้ เข้าใจวิธีการสอนที่ใช้ในโรงเรียน และมีส่วนร่วมในการส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นการส่งเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างผู้ปกครองกับครูในโรงเรียนเพื่อร่วมมือส่งเสริมการเรียนรู้ของบุตรหลาน
4. ด้านการสร้างบรรยากาศในการเรียนแบบร่วมมือให้เกิดขึ้นภายในโรงเรียนเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงออกซึ่งความรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย ส่งเสริมให้นักเรียนรู้วิธีการในการแสวงหามากกว่าการบอกเนื้อหาโดยตรง มีการใช้เทคนิคการประเมินผลที่หลากหลายและเหมาะสม ทำให้โรงเรียนสามารถจัดการเรียนการสอนได้บรรลุเป้าหมายที่วางไว้

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT เราอาจสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับการพัฒนาให้นักเรียนให้มีกระบวนการคิดให้เท่าทันต่อโลกปัจจุบันที่ต้องการพลเมืองที่มีความสามารถสร้างสรรค์งานของตนเองให้เกิดประโยชน์ อีกทั้งการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT เป็นการจัดกิจกรรมที่ไม่ยาก สนุกสนาน ครูมีความสุขกับการสอน และนักเรียนมีความสุขกับการเรียน

### 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT

ศิริพรรณ คริสเตียนเซน (2558: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับวิธีการแบบเปิด ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับวิธีการแบบเปิด มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเฉลี่ยหลังเรียน

สูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับวิธีการแบบเปิด มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

นินน้อย แพงปัสสา (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT และการประยุกต์ใช้ทฤษฎีพหุปัญญา เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคิดสร้างสรรค์และความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT และกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีพหุปัญญา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนไม่แตกต่างกัน แต่กลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT มีความคิดสร้างสรรค์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีพหุปัญญา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT และกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีพหุปัญญา มีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง และมีความพึงพอใจรายข้ออยู่ในระดับปานกลางถึงระดับมาก

สิทธิพงษ์ สินสวัสดิ์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ หน่วยการเรียนรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการจัดเรียนรู้แบบ 4 MAT ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหน่วยการเรียนรู้ พื้นฐานทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

กรนริทธิ์ อ่อนสุระทุม (2557: บทคัดย่อ) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ที่มีความสามารถต่อการคิดวิเคราะห์ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นันทิยา พรมทา (2559: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามตามแนวคิดของบลูม เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามตามแนวคิดของบลูม เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่า

ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บูร์คู และฟิลิซ (Burcu & Filiz, 2018: 12) ได้ศึกษารูปแบบการสอน 4MAT ผสมผสานกับรูปแบบการสอนสหวิทยาการ โดยมุ่งเน้นการใช้ความรู้หลากหลายศาสตร์เพื่อทำมาประยุกต์ใช้การเรียนวิชาคณิตศาสตร์และสังคมศึกษา ในการศึกษาค้นคว้าได้พัฒนารูปแบบการสอน I4MAT (Interdisciplinary 4MAT) ที่รวมทั้งสอนรูปแบบเข้าด้วยกัน โดยศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 การศึกษาค้นคว้าพบว่าระดับความสำเร็จของนักเรียนและคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนรูปแบบการสอน I4MAT สูงกว่ากลุ่มควบคุม นอกจากนี้ยังพบว่าการเรียนการสอนด้วยรูปแบบ I4MAT ทำให้นักเรียนบรรลุเป้าหมายการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ได้อย่างสำเร็จและมีประสิทธิภาพ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT พบว่า การนำรูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นั้น นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและมีทักษะความคิดสร้างสรรค์สูงขึ้น ทั้งนี้เป็นเพราะรูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT เป็นรูปแบบการสอนที่ออกแบบมาให้ตอบสนองความแตกต่างในการเรียนรู้ของนักเรียน 4 แบบ การเรียนการสอนจึงเกิดประสิทธิภาพทั้งในด้านการคิด การลงมือปฏิบัติ และการมีส่วนร่วมของผู้เรียน

#### 4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

##### 4.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด

สาลินี เรืองจ้อย (2554: 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย เปิดกว้างในการหาคำตอบและมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ โดยเกิดจากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550: 23) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ (มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ) มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

ทาคาฮาชิ (Takahashi, 2004: Online อ้างถึงใน สาลินี เรืองจ้อย, 2554: 9) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาปลายเปิดว่าเป็นกระบวนการสร้างให้เกิดความสนใจและกระตุ้นเร้าให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่แก่นักเรียนในชั้นเรียน และการแก้ปัญหาปลายเปิดได้ถูกพัฒนาขึ้นในประเทศญี่ปุ่นซึ่งเป็นกระบวนการสร้างให้นักเรียนเกิดความสนใจและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านกิจกรรมและการทำงานร่วมกับผู้อื่น การเรียนการสอนที่

ใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดจะเน้นกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าจะสนใจคำตอบ ทาคาฮาชิ ได้แบ่งลักษณะของปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

**ลักษณะที่ 1** เป็นปัญหาที่มีคำตอบเดียวแต่มีวิธีการในการหาคำตอบหรือแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี

**ลักษณะที่ 2** เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ

บริชา เนาว์เย็นผล (2544: 27, อ้างถึงใน เรืองชัย คำสุวรรณ, 2553: 13) มีแนวคิดที่ว่า "ปัญหา" จะเรียกว่า "เปิด" เมื่อไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป้าหมายอยู่กับการตัดสินใจที่เปิดกว้าง ความหมายนี้เป็นความหมายหลักที่ใช้ในสหรัฐอเมริกาซึ่งเป็นความหมายเกี่ยวกับคำว่า "ปัญหาปลายเปิด" ที่ใช้ในประเทศอังกฤษซึ่งเหมือนกับที่อื่น ๆ ทั่วโลก เป็นปัญหาที่ไม่มีปลายสุด ปัญหาที่มีกระบวนการคิดได้หลายอย่างก็จัดว่าเป็นปัญหาปลายเปิด

วันดี เกษมสุขพิพัฒน์ (2554: 52) กล่าวว่า คำถามปลายเปิด เป็นคำถามที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือมีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีการ

เมอร์ริสและแดเนียล (Merliss & Daniel, 2003: 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่มีวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (The process is open) หรือกระตุ้นให้เกิดการพัฒนาคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ (The end products are open) รวมทั้งปัญหาปลายเปิดยังเน้นไปที่การพัฒนาปัญหาใหม่ของนักเรียน หรือการศึกษาค้นคว้าที่เชื่อมโยงและขยายความเข้าใจของนักเรียน (Way to create and solve problems are open) แนวคิดและประสบการณ์ของนักเรียนเป็นส่วนสำคัญในการใช้อธิบายความคิดรวบยอดและทักษะใหม่ที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น

โนห์ดา (Nohda, 2000: 8) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่ทำให้การเรียนการสอนเป็นวิธีการสอนแบบเปิดเพื่อสนับสนุนกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์ โดยตัวนักเรียนและการคิดทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการแก้ปัญหาไปพร้อม ๆ กัน หรืออาจกล่าวได้ว่าทั้งกิจกรรมของนักเรียนและการคิดทางคณิตศาสตร์ต้องดำเนินไปให้ถึงศักยภาพสูงสุดของนักเรียน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องให้ผู้เรียนแต่ละคนมีอิสระพอที่จะมีความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาตามความสามารถและความสนใจของตนเอง นอกจากนี้ การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เพิ่มพูนสติปัญญาทางคณิตศาสตร์ โดยหวังว่ากิจกรรมในชั้นเรียนจะเปิดโอกาสให้นักเรียนที่มีความสามารถสูงมีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย ในขณะที่เดียวกันนักเรียนที่มีความสามารถต่ำก็ยังสามารถสนุกกับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามความสามารถของเขาด้วย แนวคิดดังกล่าวนี้จะทำให้นักเรียนทุกคนสามารถแสดงออกเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ และยังเปิดโอกาสให้พวกเขาได้ค้นคว้ายุทธวิธีที่เขาเองรู้สึกมั่นใจและยังทำให้มีความเป็นไปได้ในการขยายแ่งมุมได้หลากหลายมากขึ้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลที่ได้จาก

การทำกิจกรรมในลักษณะดังกล่าวทำให้มีความเป็นไปได้ที่จะมีการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น รวมทั้งการสนับสนุนกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์ของนักเรียนแต่ละคน สิ่งนี้ถือเป็นแนวคิดในการนิยาม “Open-approach” ในฐานะที่เป็นวิธีการสอนวิธีหนึ่งกิจกรรมปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับนักเรียนเปิดกว้าง สำหรับแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประเด็นสำคัญอีกประเด็นหนึ่งที่จะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของกิจกรรมปฏิสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมของนักเรียนว่าเป็นสิ่งที่เปิดสำหรับการแก้ปัญหา ซึ่งแง่มุมดังกล่าวสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

1. กิจกรรมนักเรียนได้รับการพัฒนาด้วยแนวทางแบบเปิด
2. ปัญหาหนึ่ง ๆ ที่ถูกใช้ในแนวทางแบบเปิดเกี่ยวข้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. แนวทางแบบเปิดจะต้องผสมกลมกลืนกับปฏิสัมพันธ์ของกิจกรรมระหว่างข้อ 1. และข้อ 2.

จากการศึกษาความหมายของปัญหาปลายเปิดของนักการศึกษาหลายท่าน ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่า ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่เปิดกว้างทั้งด้านกระบวนการและผลลัพธ์ ให้ความสนใจในความหลากหลายของวิธีการคิดแก้ปัญหาและกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดสร้างสรรค์ตามความสามารถของตนเอง

#### 4.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker & Shimada, 1997: 27, อ้างถึงใน สาลินี เรื่องจ้อย, 2554: 10) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิด ออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (finding relation) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ เช่น “จงหาความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีกับปริมาตรของทรงกลม”
2. ปัญหาที่ให้แยกประเภท (classifying) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่าง ๆ กัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น “รูปสี่เหลี่ยมบางชนิดสามารถแนบในวงกลมได้ บางชนิดก็ไม่สามารถแนบในวงกลมได้”
3. ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่าง ๆ หรือสถานการณ์ (measuring) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใด ๆ ที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา

ลัดดา ศิลาอ่อน (2549: 26) ได้กล่าวถึง ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในกระบวนการเรียนการสอน จัดแบ่งได้ 3 ชนิด



1. กระบวนการเปิด เป็นวิธีการที่ครูต้องใช้ความคิดหาวิธีการที่จะให้นักเรียนได้เปิด ความคิดให้หลากหลายจะอยู่ในเรื่องของการนำเสนอความคิดเห็นหรือการกำหนดปัญหาขึ้นมาเพื่อ กระตุ้น การคิดของเด็ก ในส่วนนี้นักเรียนจะมีคำตอบในประเด็นปัญหาอย่างกว้างขวาง รวมทั้งมีแนวทางการ แก้ปัญหาหรือมีการตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่เพื่อค้นหาความชัดเจนของคำตอบ สำหรับกิจกรรมที่จะทำให้ ได้คำตอบจะอยู่ในลักษณะของประเด็นปัญหาเหตุการณ์ สื่ออุปกรณ์อื่น ๆ หรือคำถามซึ่งเป็นหัวใจ ของการเปิดความคิดได้ดีสำหรับการเรียนการสอน เมื่อนักเรียนเกิดการเปิดความคิดแล้วจะเกิดความ หลากหลายเพื่อให้เกิดความชัดเจนในกระบวนการเปิด

2. ผลลัพธ์เปิด ผลของการเปิดประเด็นนั้นจะมีคำตอบเกินหนึ่งคำตอบจากกลุ่มคน 1 กลุ่ม หรือจากคน ๆ เดียวและคำตอบที่ได้นี้จะเป็คำตอบที่ไม่มีผิด เป็นคำตอบที่ให้ข้อมูลเพิ่มขึ้นให้เกิด ความชัดเจนขึ้นเรื่อย ๆ ในเนื้อหาสาระที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ หรือบางครั้งอาจจะเกิด การตั้งประเด็นปัญหาเพิ่มขึ้นเพื่อไปสู่คำตอบที่มีแต่เดิมในกิจกรรมการเปิดช่วงแรก

3. แนวทางในการพัฒนาปัญหาปลายเปิด หลังจากทีนักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยการวิเคราะห์ และตอบประเด็นปัญหาหรือแก้ปัญหาจากสถานการณ์ผ่านไปแล้ว นักเรียนสามารถที่จะพัฒนาปัญหา ใหม่ด้วยการสร้างปัญหา กำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่เพื่อความชัดเจนของสาระจากคำตอบด้วยการ เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรืออาศัยกรอบปัญหาเดิม การเน้นแง่มุมนี้ เรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา”

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547: 6-8, อ้างถึงใน เรืองชัย คำสุวรรณ, 2553: 14) ได้ขยายแง่มุมใน การพิจารณาความเปิดเพิ่มขึ้น โดยได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. กระบวนการเปิด คือปัญหาปลายเปิดที่มีแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นปัญหาด้นกำเนิด ที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย ซึ่งแน่นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างเป็นปัญหาปลายเปิด โดยนัยนี้ แต่ในโรงเรียนทั่วไปมักจะเน้นพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียวรวมทั้งไม่ได้เน้นแง่มุมเชิง กระบวนการ ดังนั้นในปัญหาปลายเปิดชนิดนี้จึงมีการระบุคำถามเพื่อให้นักเรียนได้พยายามหา แนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลาย เช่น จงหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย...วิธี เป็นต้น แนวทางการหาคำตอบที่หลากหลายนั้นทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปตามความสามารถ และความสนใจและโดยอาศัยการอภิปรายกลุ่มจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2. ผลลัพธ์ คือปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย

จากการศึกษาประเภทของปัญหาปลายเปิด จะเห็นได้ว่านักการศึกษาแบ่งประเภทของ ปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ชนิด ได้แก่ กระบวนการเปิด และผลลัพธ์เปิด เพื่อให้เกิดวิธีการที่ หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกไปของนักเรียนแต่ละคน ในงานวิจัยผู้วิจัยแบ่ง ปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท ตามแนวคิดของ สาลีณี เรืองจ้อย (2554: 14) ดังนี้

1. กระบวนการเปิด เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย
2. ผลลัพธ์เปิด เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้น จะใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งสองแบบควบคู่กันไป โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด

#### 4.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด

กรมวิชาการ (2545: 206-207) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

ตัวอย่างปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

“จงหาความยาวด้านที่เป็นจำนวนเต็มของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 15 หน่วย”

นักเรียนอาจแก้ปัญหานี้ด้วยการสมมติความยาวของด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งต้องใช้ความรู้พื้นฐานที่ว่า “ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมย่อมยาวกว่าด้านที่สาม” ซึ่งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาคิด ดังนี้

กรณี	ด้านที่1	ด้านที่2	ด้านที่3	หมายเหตุ
1	7	7	1	
2	6	6	3	
3	5	5	5	
4	4	4	7	
5	3	3	9	$3 + 3 < 9$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม
6	2	2	11	$2 + 2 < 9$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

ที่มา : กรมวิชาการ คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน้า 206

จากตารางข้างต้น จะมีคำตอบเพียง 4 คำตอบ คือ กรณีที่ 1-4

2. ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

ตัวอย่างปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

“พี่น้องสามคน มีอายุห่างกันคนละ 2 ปี เรียงตามลำดับอายุจากน้อยไปหามาก คือ สมใจ สมหวัง และสมจิตร ทั้งสามคนมีอายุรวมกัน 75 ปี จงหาอายุของคนทั้งสาม”

**แนวคิด 1** 75 เป็นจำนวนคี่ ซึ่งได้จากผลบวกของจำนวนสามจำนวน แต่ละจำนวนที่อยู่ติดกันมีค่าแตกต่างกัน 2 ดังนั้นทั้งสามจำนวนเป็นจำนวนคี่

สมมติจำนวนแล้ว ตรวจสอบผลบวก

$$19 + 21 + 23 = 63$$

$$21 + 23 + 25 = 69$$

$$23 + 25 + 27 = 75$$

คำตอบ คือ สมใจ สมหวังและสมจิตร มีอายุ 23 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

**แนวคิด 2** อายุของคนกลาง คือ สมหวัง เป็นค่าเฉลี่ยของอายุของทั้งสามคน

หาค่าเฉลี่ยของอายุได้  $75 \div 3 = 25$  เป็นอายุของสมหวัง

ดังนั้น สมใจมีอายุ  $25 - 2 = 23$  ปี และสมจิตรมีอายุ  $25 + 2 = 27$  ปี

**แนวคิด 3** สมมติน้องสุดท้อง คือสมใจ มีอายุ  $x$  ปี จะได้ว่าสมหวังและสมจิตร มีอายุ  $x + 2$  และ  $x + 4$  ปี ตามลำดับ

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 75$$

$$3x + 6 = 75$$

$$3x = 69$$

$$x = 23$$

ดังนั้น สมใจ สมหวัง และสมจิตร มีอายุ 23 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

เบกเกอร์และชิมาดะ (1997: 27, อ้างถึงใน สาลีณี เรืองจ้อย, 2554: 14-16) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดจะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์เรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่ต่างไปจากเดิม จากการศึกษาที่มีคำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก รวมทั้งการท้าทายให้แสวงหาวิธีการใหม่ ๆ ในการหาคำตอบซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อน ทั้งทักษะ และวิธีการคิดเข้าด้วยกัน นอกจากนี้นักเรียนยังจะสร้างปัญหาได้ด้วยตนเองที่มีความเกี่ยวข้องกับ ปัญหาเดิมได้และขยายปัญหานั้นต่อไปได้อีก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
1. ค่าเฉลี่ยของ 3, 6, 9, 10 เท่ากับเท่าไร	1. ถ้าค่าเฉลี่ยของ 4 จำนวนนั้นคือ 7 แล้วจำนวนเหล่านั้นคืออะไร
2. สวนหลังบ้านรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 10 เมตร และมีความยาว 15 เมตร ถ้าต้องการปลูกต้นไม้จะมีพื้นที่ในการปลูกทั้งหมดเท่าไร	2. สวนหลังบ้านรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ในการปลูกต้นไม้ทั้งหมด 150 ตารางเมตร จะมีความกว้างและความยาวเท่ากับเท่าไร
3. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีพื้นที่ 150 ตารางเซนติเมตร มีฐานยาว 10 เซนติเมตร จะมีความสูงเท่าไร	3. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะมีความยาวฐานและความสูงเท่ากับเท่าไร ถ้ารูปสามเหลี่ยมนั้นมีพื้นที่เท่ากับ 150 ตารางเซนติเมตร
4. จงแก้สมการ $4x - 1 = 3$	4. จงยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 1
5. แดงมีอายุเป็นสองเท่าของดำ ถ้าแดงอายุ 7 ปี ดำจะอายุเท่าไร	5. แดงและดำอายุเท่าไร ถ้าอายุของแดงรวมกับดำเท่ากับ 14 ปี
6. เขียวมีเหรียญ 50 สตางค์ 150 เหรียญ มีเหรียญ 25 สตางค์ 540 เหรียญ เขียวมีเงินทั้งหมดกี่บาท	6. เขียวมีเงิน 210 บาท จะนำไปแลกเหรียญ 50 สตางค์และเหรียญ 25 สตางค์ ได้กี่เหรียญ
7. รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม $A = 40^\circ$ มุม $B = 80^\circ$ จงหามุม C	7. มุม A, B และ C เท่ากับเท่าไร ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีมุมภายในเท่ากับ $180^\circ$
8. ราคาหมูในตลาดสด A ราคา กิโลกรัมละ 80 บาท ถ้าแม่ค้าต้องการเนื้อหมู 5 กิโลกรัม แม่จะต้องจ่ายเงินทั้งหมดกี่บาท	8. จงหาจำนวน 2 จำนวน ที่คูณกันแล้วเท่ากับ 400
9. คุณแม่จะจ่ายเงินประจำสัปดาห์ให้ส้มทุกเช้าวันจันทร์ เป็นเงิน 250 บาท โดยจ่ายเป็นธนบัตรใบละ 20 บาท และธนบัตรใบละ 50 บาท ถ้าส้มนับธนบัตร ได้ทั้งหมด 7 ใบ อยากทราบว่าส้มได้รับ ธนบัตรใบละ 20 บาทและธนบัตรใบละ 50 บาทอย่างละกี่ฉบับ	9. คุณแม่จ่ายเงินประจำสัปดาห์ให้ส้มทุกเช้าวันจันทร์ เป็นเงิน 250 บาท ส้มจะได้รับธนบัตรละ 20 บาท และธนบัตรใบละ 50 บาท อย่างละกี่ใบ
10. จงหาค่าของ $\log_7 343$	10. จงยกตัวอย่างลอการิทึมที่มีค่าเท่ากับ 3

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 32, อ้างถึงใน เรืองชัย คำสุวรรณ, 2553: 14-16) ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายปิดซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการและท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิมโดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา โดยทั่วไปเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมสำหรับนักเรียนในระดับชั้นที่แตกต่างกัน มีข้อเสนอแนะบางประการสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เตรียมสถานการณ์เชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ถ้า P แล้ว Q” เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง” ทั้งนี้ต้องกำหนดขอบเขตของคำว่า “สิ่งต่าง ๆ” ให้เฉพาะเจาะจงขึ้น
3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ รูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเองซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท
4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่าง ๆ ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์
5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้าง ๆ กับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่งให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่นซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง
6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนหาคำตอบแล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่น ปัญหาจัดการแข่งขัน ฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม เป็นต้น
7. แสดงสถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาการอยู่กันอย่างกระจัดกระจายของกลุ่มก้อนหินในลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุดเพราะเหตุใด ให้หาวิธีการ แก้ปัญหาโดยนำคณิตศาสตร์มาใช้ อธิบาย เป็นต้น
8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่ม โดยแสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายในการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหากฎทาง คณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง เป็นต้น

จากการศึกษาการสร้างปัญหาปลายเปิด ทำให้ผู้วิจัยมีแนวทางในการสร้างปัญหาปลายเปิด โดยปรับเปลี่ยนจากคำถามปลายปิดให้มีความเปิดกว้างทั้งด้านวิธีการและคำตอบ เพื่อให้นักเรียนพยายามคิดหาคำตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย

#### 4.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

เบกเกอร์ และชิมาดะ (1997: 28, อ้างถึงใน อัสมา มื่อลี, 2559: 62) กล่าวว่า หลังจากที่ครูสร้างและพัฒนาปัญหาปลายเปิดตามข้อเสนอแนะแล้ว ควรจะพิจารณาในอีก 6 ประเด็นต่อไปนี้ ก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดในการสอนในชั้นเรียน

1. ปัญหานั้นมีค่าในเชิงเนื้อหาคณิตศาสตร์และมีคุณค่าทางคณิตศาสตร์หรือไม่ ปัญหา นั้นควร จะกระตุ้นนักเรียนในการคิดจากมุมมองที่แตกต่างกัน แต่สิ่งนี้เพียงประการเดียวยังไม่เพียงพอ ปัญหา ควรมีค่ามากในเชิงเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสูงและต่ำสามารถ แก่ปัญหาได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีอยู่ ซึ่งแต่ละคนอาจจะใช้วิธีการที่แตกต่างกันและ ในแต่ละวิธีการนั้นยังคงมีคุณค่าทางคณิตศาสตร์

2. ระดับของความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการตอบคำถามเหมาะสมกับระดับความรู้ของ นักเรียนหรือไม่ เพราะเมื่อนักเรียนต้องตอบคำถามปลายเปิดนั้นเขาอาจต้องใช้ความรู้และทักษะทาง คณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้ว ดังนั้นครูควรเลือกใช้คำถามที่เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน การตั้งคำถามปลายเปิด

3. คำถามนั้นเมื่อใช้แล้วสามารถนำไปสู่การพัฒนาเชิงคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ กล่าวคือ คำตอบ ที่เป็นไปได้ของคำถามปลายเปิดนั้นควรจะมีบางคำตอบที่สามารถเชื่อมโยงหรือสัมพันธ์กับโมโนมิติทาง คณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นได้

4. นักเรียนสามารถตอบได้อย่างหลากหลายทั้งวิธีการและคำตอบ ทั้งนี้ นักเรียนแต่ละคนย่อม มีความคิดที่ไม่เหมือนกัน และที่สำคัญควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้ อย่างอิสระและเต็มความสามารถ

5. เป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนเอง เพราะเมื่อใดที่นักเรียนได้ สื่อสารความคิดหรือเหตุผลของตนแล้ว ครูสามารถรับรู้ได้ว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจและสามารถ ประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างไรบ้าง

6. คำถามที่ให้ควรมีความชัดเจนว่าต้องการให้นักเรียนทำหรือแสดงอะไร เมื่อนักเรียนได้อ่าน คำถามแล้วควรจะคาดเดาได้ว่าคำตอบลักษณะใดเป็นคำตอบที่เหมาะสมและตรงกับความต้องการ ของครู

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 35 อ้างถึงใน เรียงชัย คำสุวรรณ, 2553: 17) กล่าวว่า ในการสร้าง แผนการสอนและการพัฒนาให้เป็นแผนการสอนที่ดี ครูควรดำเนินการในประเด็นต่อไปนี้

1. ทำรายการสิ่งที่คาดหวังว่านักเรียนจะตอบสนองต่อปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีพื้นฐานความรู้ และประสบการณ์แตกต่างกัน เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาก็จะนำความรู้และประสบการณ์ที่ตนเองมีอยู่มาใช้ทำความเข้าใจปัญหาและกำหนดวิธีการแก้ปัญหาที่มีความหมาย ในแนวทางของแต่ละคน ดังนั้นครูจะต้องจัดทำรายการเกี่ยวกับวิธีการคิดหรือยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คาดว่านักเรียนจะนำมาใช้เตรียมพร้อมไว้ด้วย การสอนของครูอยู่บนพื้นฐานความคิดของนักเรียนเป็นการส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจที่มีอยู่ก่อนแล้วย่อมเป็นแรงผลักดันให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งซึ่งมั่นคง แม้ว่าวิธีการของนักเรียนอาจดูไม่เป็นแบบแผนสวยงามแต่ครูสามารถสอนต่อและคอยประคับประคองให้อยู่ในแนวทางที่ชัดเจนรัดกุมยิ่งขึ้น

2. จุดประสงค์ของการนำปัญหามาใช้ให้ชัดเจน ครูควรเข้าใจบทบาทของปัญหาในแผนการสอนโดยตลอด ปัญหาสามารถใช้เป็นประเด็นอิสระ ใช้แนะนำโมเดลใหม่ ๆ หรือใช้เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนแสดงการใช้ ผลรวมของการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาปัญหาปลายเปิดมักใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในการแนะนำหรือใช้เป็นบทสรุปโมเดลและประมวลความรู้ สิ่งที่มีคุณค่าอีกประการหนึ่งของปัญหาปลายเปิดคือ การเปิดโอกาสให้มีวิธีคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ดังนั้นครูสามารถใช้เป็นสื่อในการแนะนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ ซึ่งจะต้องกำหนดไว้ในจุดประสงค์ให้ชัดเจน

3. ศึกษาวิธีการเสนอปัญหาเพื่อที่ว่าจะได้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมายของปัญหา หรือเข้าใจในสิ่งที่คาดหวังได้อย่างง่าย ๆ ปัญหาจำต้องแบ่งและขยายออกเพื่อที่ว่านักเรียนจะได้เข้าใจได้ง่ายขึ้นและมองเห็นแนวทางที่จะแก้ปัญหา ปัญหาบางปัญหามีความซับซ้อนแม้ว่าครูจะต้องการให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างอิสระ แต่นักเรียนอาจมีประสบการณ์น้อยไม่เพียงพอที่จะแก้ปัญหาได้ นักเรียนอาจสับสนและเลิกแก้ปัญหา ซึ่งครูจะต้องหาวิธีนำเสนอปัญหาให้ง่ายขึ้นเพื่อเป็นแนวทางให้กับนักเรียน

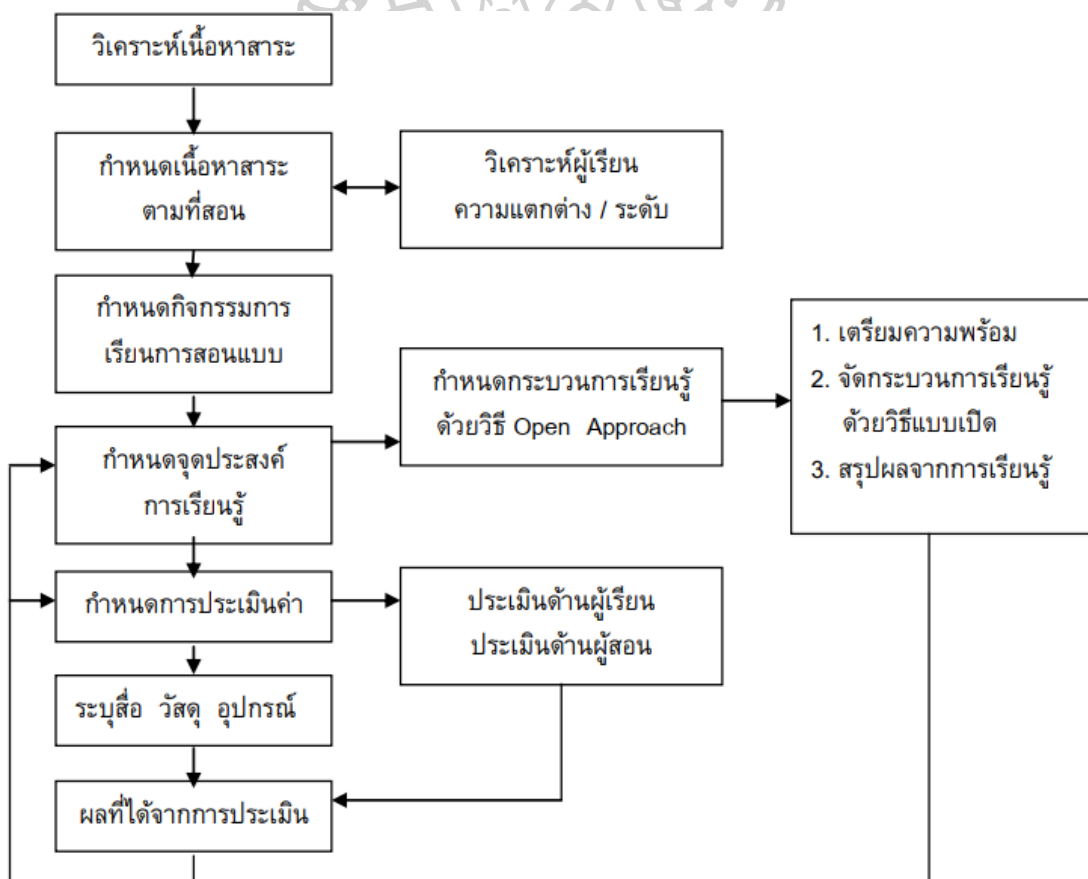
4. ทำปัญหาให้ดึงดูดความสนใจเท่าที่จะทำได้ ปัญหาจะต้องทำให้เห็นได้ชัดและเป็นที่ยึดเหนี่ยวของนักเรียน ควรสร้างแง่มุมที่กระตุ้น ความอยากรู้อยากเห็นอยากลองคิด เพราะว่าการแก้ปัญหาปลายเปิดต้องใช้เวลาในการคิดและไตร่ตรอง ปัญหาต้องดึงดูดความสนใจเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนเอาใจจดจ่ออยู่กับการแก้ปัญหา วัสดุอุปกรณ์ รูปแบบ แผนภาพ และสื่ออื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกันนี้สามารถใช้เป็นสื่อช่วยเพื่อทำความเข้าใจปัญหาและช่วยให้การแก้ปัญหาเป็นไปด้วยความถูกต้อง

5. ต้องยอมให้ใช้เวลาเพียงพอที่จะสำรวจศึกษาปัญหาอย่างเต็มที่ในกลุ่มของนักเรียน บางครั้งต้องใช้เวลาตั้งแต่การเสนอปัญหา การอภิปรายเพื่อหาทางแก้ปัญหา การได้คำตอบและการสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ครูต้องให้เวลาอย่างเพียงพอกับนักเรียน บทเรียนหนึ่งควรใช้เวลาประมาณ 2 คาบคาบละ 40 - 50 นาที เพราะนักเรียนต้องใช้เวลาในการศึกษาทำความเข้าใจปัญหาร่วมกันอภิปรายเพื่อค้นหาสาระสำคัญ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้เวลาไม่น้อยกว่า 1 คาบภายในกลุ่มเวลาที่เหลือเป็นการนำเสนอข้อความหรือข้อค้นพบของกลุ่มและการอภิปรายระหว่างกลุ่มร่วมกันทั้ง

ชั้นและการให้ข้อเสนอแนะของครู ในกรณีทั่วไปเมื่อเป็นการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด ครูจะต้องจัดการและจัดสรรเวลาอย่างระมัดระวัง เพราะนักเรียนอาจนำเสนอหรืออภิปรายกันในสิ่งที่ทั้งคาดหวังและไม่คาดหวัง ควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหาอย่างเพียงพอ ปัญหาบางปัญหาอาจต้องใช้ความรู้อื่นที่นอกเหนือไปจากบทเรียนที่กำลังเรียน บางปัญหาต้องใช้เวลามากสำหรับการไตร่ตรอง

6. เลือกปัญหาให้เหมาะสมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำ สิ่งหนึ่งที่นักเรียนต้องกระทำเมื่อเผชิญกับปัญหาคือการเลือกและประยุกต์ยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหา ครูต้องเลือกสถานการณ์ปัญหาให้เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและให้เหมาะสมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำ ครูสามารถแนะนำยุทธวิธีแต่ละอย่างและช่วยนักเรียนในการเรียนรู้

ลัดดา ศิลาน้อย (2549: 25) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกระบวนการเรียนรู้แบบปัญหาปลายเปิด ดังแสดงในภาพที่ 3



ภาพที่ 3 รูปแบบกระบวนการเรียนรู้แบบปัญหาปลายเปิด



จากศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เราอาจสรุปได้ว่า ครูจะต้องมีการเตรียมปัญหาให้มีความเหมาะสมและมีคุณค่าต่อการเรียนการสอนในเนื้อหา นั้น ๆ ต้องเป็นปัญหาที่หลากหลายทั้งกระบวนการและคำตอบ นำไปสู่กิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารกระบวนการคิดของตนเองด้วยการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่น

#### 4.5 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด

กรมวิชาการ (2545: 205-207) ได้กล่าวถึง ปัญหาปลายเปิดในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ว่า บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของนักเรียนและเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิดเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิด ในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

ลัดดา ศิลาน้อย (2549: 30-31) ได้กล่าวว่า ผลของการจัดกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหาปลายเปิดนี้จะเกิดการบูรณาการในเรื่องอื่น ๆ ตามมา โดยที่ครูไม่ได้กำหนดให้เกิดแต่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ เช่น ทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม ทักษะการทำงานร่วมกัน ทักษะการอภิปราย และแสดงความคิดเห็น เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นร่วมกับกระบวนการเรียนรู้ที่จัดขึ้น เป็นการบูรณาการที่ได้ทั้งเนื้อหาความรู้ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สาลินี เรื่องจ้อย (2554: 20) สรุปประโยชน์ของปัญหาปลายเปิดได้ดังนี้

1. นักเรียนมีประสบการณ์เรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่ต่างไปจากเดิม จากการที่มีคำตอบเปิดกว้าง
2. หากมีนักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้แล้วนักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก
3. เป็นการท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ ๆ ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อนกับทักษะและวิธีการคิดเข้าด้วยกัน
4. นักเรียนสามารถสร้างปัญหาได้ด้วยตนเองที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม

จากการศึกษาประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด เราอาจสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิดช่วยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้การตัดสินใจและสามารถใช้ความคิดตามความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดสร้างสรรค์ตามประสบการณ์จริงของนักเรียน นักเรียนจะได้เรียนรู้การแก้ปัญหาที่หลากหลายและเรียนรู้ในสิ่งที่แตกต่างไปจากเดิม

#### 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์สูงกว่า ร้อยละ 60 ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ และนักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พัทธยากร บุสสุยา (2559: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เริงชัย ดำสุวรรณ (2553: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่องฟังก์ชัน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนการใช้กิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สาลีณี เรืองจ้อย (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีผลต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวน ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

โลวและเชน (Loe & Chen, 2004: 1-5) ได้ศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง เรขาคณิต ในประเทศจีน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการศึกษาของจีนซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี ซึ่งพบว่าหลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำ คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มสูงมากที่สุด ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มจะมีระดับคะแนนเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดต่อไปอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มหลังเพิ่มขึ้นอย่างเป็นที่น่าพอใจจากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียนร้อยละ 85 มีความพอใจในการเรียน เรขาคณิตและพีชคณิตโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

จากการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด พบว่า การนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นทำให้นักเรียนมีทักษะความคิดสร้างสรรค์สูงขึ้น เพราะปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่สร้างให้สอดคล้องกับสถานการณ์จริงเพื่อให้นักเรียนมีความคิดที่หลากหลายและยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา ไม่ใช่เฉพาะความรู้ในบทเรียนเท่านั้น แต่จะต้องนำความรู้จากศาสตร์ต่าง ๆ มาร่วมแก้ปัญหาด้วย นอกจากนั้นปัญหาที่มีกระบวนการเปิดและปัญหาที่มีผลลัพธ์เปิดยังสร้างแนวความคิดใหม่ ๆ ที่เป็นเป็นความคิดริเริ่มให้แก่ผู้เรียน โดยสิ่งเหล่านี้คือองค์ประกอบที่สำคัญของความคิดสร้างสรรค์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์นั้น มีค่าเฉลี่ยคะแนนความคิดสร้างสรรค์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไป ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่เหมาะสมในการวัดทักษะความคิดสร้างสรรค์ เนื่องจากความคิดสร้างสรรค์นั้นเป็นทักษะความคิดขั้นสูงตามทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bloom (Bloom's Taxonomy) ที่แบ่งทักษะการคิดของสมองเป็น 6 ชั้น โดยชั้นสูงสุดของการเรียนรู้คือการคิดสร้างสรรค์ เพื่อให้ได้องค์ประกอบของสิ่งที่เรียนรู้ร่วมกัน ด้วยการสังเคราะห์ เพื่อเชื่อมโยง ให้รูปแบบใหม่ของสิ่งที่เรียนรู้หรือโครงสร้างของความรู้ที่ผ่านการวางแผนและการสร้างหรือการผลิตอย่างเหมาะสม (จิรายุทธิ อ่อนศรี, 2560: 5) การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์จึงต้องใช้เวลาและการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อจะให้กับคุณลักษณะความคิดสร้างสรรค์

### บทที่ 3 การดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ 1) เพื่อศึกษาผลการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นครูสอน โดยได้ออกแบบและดำเนินการจัดการเรียนรู้ รายวิชา ค31102 คณิตศาสตร์ 1 เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีขั้นตอนการวิจัย ดังนี้

1. การศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

โดยแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการวิจัย มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 1. การศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้าเอกสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกับงานวิจัยครั้งนี้ โดยได้รวบรวมข้อมูลจากทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่มีความเกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
2. ศึกษาเอกสาร บทความ และงานวิจัยที่มีความเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT และปัญหาปลายเปิด เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการทำวิจัย

3. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น จากหนังสือเรียนและเอกสารอื่น ๆ ที่มีความเกี่ยวข้องเพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการเรียนรู้ให้กับผู้เรียนในชั้นเรียน
5. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการวิจัย ระเบียบวิธีวิจัย และวิธีการสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งหลักการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

## 2. การออกแบบการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยในลักษณะของการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi experimental design) รูปแบบที่ใช้ศึกษาคือ one group pretest - posttest design ซึ่งมีรูปแบบตามตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แบบแผนการวิจัย

ทดสอบก่อนใช้ชุดกิจกรรม	ทดลอง	ทดสอบหลังใช้ชุดกิจกรรม
T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

เมื่อ T<sub>1</sub> แทน การทดสอบก่อนใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น (pretest)

X แทน การใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

T<sub>2</sub> แทน การทดสอบหลังใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น (posttest)

## 3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

3.1 ประชากร คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2562 จำนวน 439 คน

3.2 กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ห้อง 6 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2562 จำนวน 33 คน ที่ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (cluster sampling) จากนักเรียนจำนวนทั้งหมด 439 คน ซึ่งแบ่งกลุ่มเป็นจำนวน 14 ห้องเรียน ใช้วิธีการจับฉลากเลือกกลุ่มตัวอย่างขึ้นมา 1 ห้องเรียน เพื่อเป็นตัวแทนของประชากร

#### 4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

- 4.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด
- 4.2 แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 4.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 4.4 แบบประเมินความพึงพอใจ

ซึ่งมีรายละเอียดการพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

##### 4.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีจำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

- 1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT และการจัดการเรียนรู้ปัญหาปลายเปิดจากบทความทางวิชาการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- 2) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรของสถานศึกษาโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัยที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และคู่มือครูของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
- 3) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน
- 4) สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน ที่เป็นไปตามแนวการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ซึ่งประกอบไปด้วยมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ ชิ้นงาน/ภาระงาน กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และการจัดการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ประกอบด้วย 8 ขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 การสร้างประสบการณ์
- ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์ประสบการณ์หรือสะท้อนความคิดจากประสบการณ์
- ขั้นที่ 3 การพัฒนาประสบการณ์เป็นความคิดรวบยอดหรือแนวคิด
- ขั้นที่ 4 การพัฒนาความรู้ความคิด
- ขั้นที่ 5 การปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้
- ขั้นที่ 6 การสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเอง
- ขั้นที่ 7 การวิเคราะห์ผลงานและแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้
- ขั้นที่ 8 การแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องของกิจกรรม ความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมของการจัดกิจกรรม โดยมีค่าความสอดคล้องเชิงเนื้อหากับวัตถุประสงค์ (index of item – objective congruence) หรือ ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไปซึ่งถือว่าเหมาะสม เพราะแสดงว่าผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เห็นว่าเนื้อหามีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ จากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

7) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขไปทดลองใช้กับนักเรียนจำนวน 30 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อดูข้อบกพร่องเกี่ยวกับเนื้อหาสาระ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และเวลาที่ใช้ว่ามีความเหมาะสมเป็นตามเกณฑ์หรือไม่ จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดมาแก้ไขปรับปรุง และให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบอีกครั้ง ก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้แสดงรายละเอียดเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผน จำนวน 4 แผน ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 เนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้

แผนที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
1	การทดลองสุ่ม	2
2	เหตุการณ์	2
3	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (1)	2
4	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (2)	2
รวม		8

#### 4.2 แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาวิธีการการสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อรวบรวมข้อมูลและกำหนดกรอบแนวคิดที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์

3) สร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ เพื่อใช้จริง 2 ข้อ

4) สร้างเกณฑ์การประเมินแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงมาจากจุดิกรณ์ เอียบสร้างก็ (2558: 75-76) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

##### ด้านความคิดคล่อง

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

##### ด้านความคิดยืดหยุ่น

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	3
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	2



ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

#### ด้านความคิดริเริ่ม

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นไม่เกินร้อยละ 3 ของนักเรียนทั้งหมด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 3 ไม่เกินร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 10 ไม่เกินร้อยละ 20 ของนักเรียนทั้งหมด	1
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 20 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด	0

**หมายเหตุ** ในกรณีของคำตอบที่ถูกต้องมีการซ้ำกับผู้อื่นมากกว่า 1 วิธี ให้พิจารณาร้อยละการซ้ำกับผู้อื่น และเลือกให้คะแนนคำตอบที่มีร้อยละการซ้ำกับผู้อื่นน้อยที่สุด

5) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมของภาษา ความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหา และความเหมาะสมของข้อคำถามตามองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ โดยมีค่าความสอดคล้องเชิงเนื้อหา กับวัตถุประสงค์ หรือ ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป จากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

6) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จำนวน 30 คน

7) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ และนำผลคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (reliability) ของแบบวัดโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาช (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงของข้อสอบ

ทั้งฉบับตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ (difficulty : p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ (discrimination : r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป

8) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือมาทำการเลือกข้อสอบจำนวน 2 ข้อ จากข้อสอบทั้งหมดที่อยู่ในเกณฑ์การประเมิน โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ และนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

#### 4.3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อน เรื่อง ความน่าจะเป็น และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากเอกสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อรวบรวมข้อมูลและกำหนดกรอบแนวคิดที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2) ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์

3) สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ เพื่อใช้จริง 20 ข้อ

4) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมของภาษา ความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหา และความเหมาะสมของข้อคำถาม โดยมีค่าความสอดคล้องเชิงเนื้อหากับวัตถุประสงค์ หรือ ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป จากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จำนวน 60 คน

6) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ โดยข้อที่ถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ผิดให้ 0 คะแนน และนำผลคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาช โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับตั้งแต่ 0.80 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ (r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป

7) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ผ่านการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือมาทำการเลือกข้อสอบจำนวน 20 ข้อ จากข้อสอบทั้งหมดที่อยู่ในเกณฑ์การประเมิน โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ และนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

#### 4.4 แบบประเมินความพึงพอใจ

แบบประเมินความพึงพอใจ จำนวน 1 ฉบับ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

- 1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบประเมินความพึงพอใจ เพื่อเป็นกรอบในการสร้างคำถาม
- 2) สร้างแบบประเมินความพึงพอใจ โดยใช้ข้อคำถามแบบมาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) 5 ระดับ จำนวน 12 ข้อคำถาม ซึ่งประกอบด้วยความคิดเห็นเกี่ยวกับด้านเนื้อหา ด้านกระบวนการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด และด้านผู้เรียน
- 3) นำแบบประเมินที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาและข้อคำถาม โดยมีความสอดคล้องเชิงเนื้อหากับวัตถุประสงค์ หรือ ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป จากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขแบบประเมินความพึงพอใจ
- 4) นำแบบประเมินที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขปรับปรุงนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

#### 5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดที่พัฒนาไปใช้ในสถานการณ์จริง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามลำดับดังนี้

##### 5.1. การเตรียมการก่อนทดลอง

ก่อนการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยได้ชี้แจงหลักการ เหตุผล และประโยชน์ของการวิจัยให้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง พร้อมทำความเข้าใจกับนักเรียนเกี่ยวกับการเรียนการสอน โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ให้เกิดประโยชน์สูงสุด

##### 5.2. การดำเนินการทดลอง

เมื่อเตรียมการก่อนการทดลองแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

- 1) ทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน จำนวน 20 ข้อ
- 2) ดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ จำนวน 4 แผน โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีการปฏิบัติกิจกรรม

3) หลังจากดำเนินการสอนเสร็จสิ้น ทดสอบหลังเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์จำนวน 2 ข้อ

4) ประเมินความพึงพอใจของนักเรียนด้วยแบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 12 ข้อคำถาม

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลผลการทดลองมาวิเคราะห์ผลทางสถิติ โดยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

6.1 วิเคราะห์ข้อมูลความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยการนำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติทดสอบค่าที (t-test)

6.2 วิเคราะห์ข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยนำผลต่างระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ก่อนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง มาเปรียบเทียบความแตกต่าง โดยใช้สถิติทดสอบค่าที

6.3 วิเคราะห์ข้อมูลความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด วิเคราะห์โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S..D.$ ) ของแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียน ซึ่งมีรูปแบบของมาตราประเมินค่า 5 ระดับ โดยใช้เกณฑ์แปลความหมายของค่าเฉลี่ยแต่ละข้อ ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 1.00 – 1.49 หมายถึง ความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด

ค่าเฉลี่ย 1.50 – 2.49 หมายถึง ความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย

ค่าเฉลี่ย 2.50 – 3.49 หมายถึง ความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 3.50 – 4.49 หมายถึง ความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก

ค่าเฉลี่ย 4.50 – 5.00 หมายถึง ความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย สถิติพื้นฐาน สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ และสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

7.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่

7.1.1 ค่าเฉลี่ย (mean)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ย

$\sum X$  แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนน

$N$  แทน จำนวนคะแนนทั้งหมด

## 7.1.2 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation)

$$S..D. = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ $S..D.$ แทน	ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$\sum X$ แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนทั้งหมด
$N$ แทน	จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง
$N-1$ แทน	จำนวนตัวแปรอิสระ (degrees of freedom)

## 7.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ ได้แก่

## 7.2.1 ค่าความสอดคล้องเชิงเนื้อหาเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ หรือ ค่า IOC จากสูตร ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ $IOC$ แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างเนื้อหาเกี่ยวกับจุดประสงค์การเรียนรู้
$\sum R$ แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
$N$ แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

โดยค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ถือว่าเหมาะสมเพราะแสดงว่าผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เห็นว่าเนื้อหามีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์

7.2.2 ค่าความยากง่าย ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีของวิทนี และซาเบอร์ส (Whitney & Sabers)

$$p = \frac{S_H + S_L - 2N(X_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ $p$ แทน	ค่าความยาก
$S_H$ แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มสูง
$S_L$ แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มต่ำ
$N$ แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
$X_{\max}$ แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
$X_{\min}$ แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

โดยใช้เกณฑ์การแปลความหมายค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ (p) ดังนี้

0.81 – 1.00	หมายถึง ง่ายมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)
0.60 – 0.80	หมายถึง ค่อนข้างง่าย (ดี)
0.40 – 0.59	หมายถึง ยากพอเหมาะ (ดีมาก)
0.20 – 0.39	หมายถึง ค่อนข้างยาก (ดี)
0 – 0.19	หมายถึง ยากมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)

$$r = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_H$	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มสูง
	$S_L$	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มต่ำ
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

โดยใช้เกณฑ์การแปลความหมายค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ (discrimination : r)

ดังนี้

0.60 – 1.00	หมายถึง อำนาจจำแนกดีมาก
0.40 – 0.59	หมายถึง อำนาจจำแนกดี
0.20 – 0.39	หมายถึง อำนาจจำแนกพอใช้
0.10 – 0.19	หมายถึง อำนาจจำแนกต่ำ (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)
-1.00 – 0.09	หมายถึง อำนาจจำแนกต่ำมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)

โดยค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ (difficulty : p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ (discrimination : r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป

7.2.3 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27 เปอร์เซ็นต์

$$p = \frac{P_H + P_L}{N}$$

เมื่อ	$p$	แทน	ค่าความยาก
	$P_H$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงที่ตอบข้อนั้นถูก
	$P_L$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำที่ตอบข้อนั้นถูก

$N$  แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำทั้งหมด

โดยใช้เกณฑ์การแปลความหมายค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ (p) ดังนี้

0.81 – 1.00	หมายถึง ง่ายมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)
0.60 – 0.80	หมายถึง ค่อนข้างง่าย (ดี)
0.40 – 0.59	หมายถึง ยากพอเหมาะ (ดีมาก)
0.20 – 0.39	หมายถึง ค่อนข้างยาก (ดี)
0 – 0.19	หมายถึง ยากมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)

$$r = \frac{P_H - P_L}{N_H} \quad \text{หรือ} \quad r = \frac{P_H - P_L}{N_L}$$

เมื่อ $r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
$P_H$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงที่ตอบข้อนั้นถูก
$P_L$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำที่ตอบข้อนั้นถูก
$N_H$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง
$N_L$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

โดยใช้เกณฑ์การแปลความหมายค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ (r) ดังนี้

0.60 – 1.00	หมายถึง อำนาจจำแนกดีมาก
0.40 – 0.59	หมายถึง อำนาจจำแนกดี
0.20 – 0.39	หมายถึง อำนาจจำแนกพอใช้
0.10 – 0.19	หมายถึง อำนาจจำแนกต่ำ (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)
-1.00 – 0.09	หมายถึง อำนาจจำแนกต่ำมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)

โดยค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ (difficulty : p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และ  
ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ (discrimination : r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป

7.2.4. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และ  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาช

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	$n$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$S_i^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	$S^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ
โดยที่	$S_i^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N^2}$		
	$S_i^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ
	$\sum X$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนน
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	$N$	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

โดยใช้เกณฑ์การแปลผลความเชื่อมั่น ดังนี้

0.00 – 0.20	หมายถึง	ความเชื่อมั่นต่ำมาก/ไม่มีเลย
0.21 – 0.40	หมายถึง	ความเชื่อมั่นต่ำ
0.41 – 0.70	หมายถึง	ความเชื่อมั่นปานกลาง
0.71 – 1.00	หมายถึง	ความเชื่อมั่นสูง

โดยค่าความเชื่อมั่น (reliability) ต้องมีค่า 0.70 ขึ้นไป

### 7.3 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ได้แก่

7.3.1 ค่าสถิติ t-test for one samples เพื่อการเปรียบเทียบทักษะความคิด  
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S / \sqrt{N}} \quad \text{โดยที่ } df = n - 1$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่า t-test (ค่าที่พิจารณาใน t-distribution)
	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
	$\mu$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐาน
	$S$	แทน	ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
	$df$	แทน	ขั้นของความอิสระ



7.3.2 ค่าสถิติ t-test for dependent samples เพื่อเปรียบเทียบคะแนนแบบทดสอบ  
วัดผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{โดยที่ } df = n - 1$$

เมื่อ  $t$  แทน ค่า t-test (ค่าที่พิจารณาใน t-distribution)

$D$  แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

$n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$df$  แทน ชั้นของความอิสระ



**บทที่ 4**  
**ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (quasi – experimental research) รูปแบบที่ใช้คือ one group pretest – posttest design

ในบทนี้ ผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 3 ตอน ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

**ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 60**

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ผู้วิจัยใช้สถิติ t-test for one samples ในการเปรียบเทียบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ดังตารางที่ 3

**ตารางที่ 3 ผลการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 60**

n=33

ทดสอบความคิดสร้างสรรค์หลังเรียน	$\mu$ (60%)	t	df	Sig. (1-tailed)
$\bar{X}$	S..D.			
11.48	1.89	2.08**	32	0.05

จากตาราง พบว่าค่าสถิติทดสอบมีค่าเท่ากับ 2.08 ที่องศาอิสระเท่ากับ 32 ด้วยค่านัยสำคัญเท่ากับ .05 ทำให้สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติ t-test for dependent samples ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ดังตารางที่ 4

### ตารางที่ 4 ผลของการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

n=33

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน				t	df	Sig. (1-tailed)
ทดสอบก่อนเรียน		ทดสอบหลังเรียน				
$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.			
6.27	2.07	15.55	1.64	23.07**	32	0.000

จากตาราง พบว่าค่าสถิติทดสอบมีค่าเท่ากับ 23.07 ที่องศาอิสระเท่ากับ 32 ด้วยค่านัยสำคัญเท่ากับ .00 ทำให้สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## ตอนที่ 3 ความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

การวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนนี้ผู้วิจัยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับวิเคราะห์ข้อมูลนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ได้ผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 5

**ตารางที่ 5** ผลการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ )	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน ( <i>S.D.</i> )	แปลผล
ด้านเนื้อหา	4.44	0.61	มาก
1. เนื้อหาที่กำหนดในกิจกรรมการเรียนเหมาะสมกับนักเรียน	4.85	0.36	มากที่สุด
2. ใบงานและใบกิจกรรมมีความเหมาะสม	4.61	0.49	มากที่สุด
3. เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนเพียงพอต่อการเรียน ในเนื้อหา	3.88	0.48	มาก
ด้านกระบวนการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด	4.58	0.51	มากที่สุด
4. กิจกรรมทำให้การเรียนการสอนมีความน่าสนใจ	4.61	0.49	มากที่สุด
5. ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมเป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถปฏิบัติ ได้	4.52	0.51	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน ให้ดีขึ้น	4.61	0.49	มากที่สุด
7. กิจกรรมการเรียนเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น และแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น	4.82	0.39	มากที่สุด
8. กิจกรรมการเรียนการสอนมีการวัดประเมินผลที่เหมาะสม	4.39	0.56	มากที่สุด
ด้านผู้เรียน	4.37	0.70	มาก
9. นักเรียนได้รับความรู้จากการปฏิบัติกิจกรรม	4.70	0.64	มากที่สุด
10. นักเรียนสามารถนำความรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้	4.00	0.61	มาก
11. นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียน และมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนดีขึ้น	4.45	0.75	มาก
12. นักเรียนเกิดทักษะความคิดสร้างสรรค์	4.33	0.64	มาก
<b>รวมค่าเฉลี่ย (<math>\bar{X}</math>)</b>	<b>4.48</b>	<b>0.61</b>	<b>มาก</b>

จากตาราง พบว่าค่าเฉลี่ยผลการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดในภาพรวมอยู่ในระดับมาก โดยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.48 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.61 โดยเรียงลำดับค่าเฉลี่ยจากมากไปหาน้อยดังนี้ 1) ด้านกระบวนการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ( $\bar{X} = 4.58$  และ  $S.D. = 0.51$ ) 2) ด้านเนื้อหา ( $\bar{X} = 4.44$  และ  $S.D. = 0.61$ ) 3) ด้านผู้เรียน ( $\bar{X} = 4.37$  และ  $S.D. = 0.70$ )



## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ครั้งนี้เป็นการศึกษาวิจัยแบบกึ่งทดลอง รูปแบบที่ใช้คือ one group pretest – posttest design ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด รวมทั้งเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด โดยประชากรที่ใช้ในการทดลองนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2562 จำนวน 439 คน สำหรับกลุ่มตัวอย่างของการทดลองนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ห้อง 6 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2562 จำนวน 33 คน ที่ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม จากนักเรียนจำนวนทั้งหมด 439 คน ซึ่งแบ่งกลุ่มเป็นจำนวน 14 ห้องเรียน ใช้วิธีการจับฉลากเลือกกลุ่มตัวอย่างขึ้นมา 1 ห้องเรียน เพื่อเป็นตัวแทนของประชากร ทั้งนี้ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัย อภิปรายผลการวิจัย และให้ข้อเสนอแนะไว้ ดังนี้

#### สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีทักษะความคิดสร้างสรรค์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ในภาพรวมอยู่ในระดับมาก ( $\bar{X} = 4.48$  และ  $S.D. = 0.61$ )

## อภิปรายผลการวิจัย

ผลการศึกษานำมาอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. การศึกษาด้านความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จากการทดลองพบว่านักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ช่วยให้นักเรียนพัฒนากระบวนการทำงานของสมองทั้งสองซีก กิจกรรมการเรียนการสอนมีความสอดคล้องกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน ทำให้นักเรียนสนใจในการเรียนและสามารถสร้างสรรค์วิธีการหาคำตอบของตนเองได้ สอดคล้องกับประทุมวัลย์ ทองมนต์ (2552: บทคัดย่อ) และศิริพรรณ คริสเตียนเซน (2558: บทคัดย่อ) ซึ่งนำการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT มาพัฒนาทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยประทุมวัลย์ ทองมนต์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการปฏิบัติการพัฒนาทักษะการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านคำบัง 1 อำเภอนิคมคำสร้อย สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามุกดาหารโดยการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด มีคะแนนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นร้อยละ 50 ขึ้นไป และศิริพรรณ คริสเตียนเซน (2558: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับวิธีการแบบเปิด ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับวิธีการแบบเปิด มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 10.54 คิดเป็นร้อยละ 50.20 และคะแนนหลังเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 16.51 คิดเป็นร้อยละ 78.64 โดยที่คะแนนหลังเรียนไม่น้อยกว่า เกณฑ์ร้อยละ 75 และมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

การจัดการเรียนรู้อีกหนึ่งวิธีที่นำมาวิจัยในครั้งนี้ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีลักษณะผลลัพธ์เปิดหรือกระบวนการเปิดเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดสร้างสรรค์ตามประสบการณ์จริงของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้ใช้การตัดสินใจและสามารถคิดวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายตามความสามารถของตนเองได้ สอดคล้องกับรุจิอาภา รุจิยาปนนท์ (2550: บทคัดย่อ) พัชยากร บุสสยา (2559: บทคัดย่อ) และกันตารณณ์ ช้องย่า (2560: บทคัดย่อ) ซึ่งนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดมาพัฒนาทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยรุจิอาภา รุจิยาปนนท์ (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์

ร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 พัทธยากร บุสสุยา (2559: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญ .05 และกันตารณณ์ ฆ้องย่า (2560: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนชลบุรีราชดาภิเชก จังหวัดจันทบุรี ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้คำถามปลายเปิด มีคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนทั้งหมด 30 คน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์สมมติฐานที่ตั้งไว้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการอภิปรายผลข้างต้นพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ที่สูงขึ้นนั้น ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการตั้งคำถามและร่วมกันหาคำตอบ นักเรียนแต่ละคนมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นตามแนวทางที่ตนเองสนใจ จึงช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นคุณค่าของการเรียนรู้ สามารถนำประสบการณ์ความรู้ของตนเองมาใช้ในการหาแนวทางแก้ปัญหาด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์และการแก้ไขปัญหาในวิธีการที่หลากหลาย

2. ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 15.55 คิดเป็นร้อยละ 77.75 โดยสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนที่เท่ากับ 6.27 คิดเป็นร้อยละ 31.35 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ขั้นตอนของกิจกรรมสามารถส่งเสริมทักษะการเรียนรู้ กระบวนการคิด และสนองตอบความแตกต่างระหว่างบุคคลเพื่อพัฒนาศักยภาพของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม ส่งผลให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนด้วยตนเอง จึงช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับทยากร มั่งทอง (2555: บทคัดย่อ) สิทธิพงษ์ สิ้นสวัสดิ์ (2556: บทคัดย่อ) และนันทิยา พรหมทา (2559: บทคัดย่อ) ซึ่งนำการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT มาพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยทยากร มั่งทอง (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหา และเจตคติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญที่ .01 สิทธิพงษ์ สิ้นสวัสดิ์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ หน่วยการเรียนรู้พื้นฐาน



ทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการจัดเรียนรู้แบบ 4 MAT ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหน่วยการเรียนรู้ พื้นฐานทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนันทิยา พรหมทา (2559: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามตามแนวคิดของบลูม เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามตามแนวคิดของบลูม เรื่องทศนิยมและเศษส่วน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การจัดการเรียนรู้อีกหนึ่งวิธีที่ผู้วิจัยนำมาใช้สอนในครั้งนี้ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นการจัดการเรียนรู้ที่สร้างสถานการณ์เชิงชวนให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบเพื่อนำไปสู่คำตอบ เปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้เลือกวิธีการที่ถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีของตัวเองได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นักเรียนมีความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหาอย่างแท้จริงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับบัวเหรียญ ดาโรจน์ (2555: บทคัดย่อ) สุดารัตน์ อะช่วยรัมย์ (2556: บทคัดย่อ) จิฎาดา อุดมเลิศปรีชา (2557: บทคัดย่อ) บุญยณัฐ ทูรศิลป์ และธีรวัฒน์ ไทยขำ (2560: บทคัดย่อ) ซึ่งนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดมาพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยบัวเหรียญ ดาโรจน์ (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบแก้ปัญหาโดยใช้คำถามปลายเปิด เรื่อง ร้อยละ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนม่วงสามสิบ(อำนวยการ) จังหวัดอุบลราชธานี ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบแก้ปัญหาโดยใช้คำถามปลายเปิดสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สุดารัตน์ อะช่วยรัมย์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบแก้ปัญหาโดยใช้คำถามปลายเปิด เรื่อง เศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านโคกปราสาท จังหวัดบุรีรัมย์ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบแก้ปัญหาโดยใช้คำถามปลายเปิด เรื่อง เศษส่วน สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จิฎาดา อุดมเลิศปรีชา (2557: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 บุญยณัฐ

ทูลศิลป์ และวีรวัฒน์ ไทยขำ (2560: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้วิธีการเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการอภิปรายผลข้างต้นพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น ทั้งนี้เป็นเพราะกิจกรรมการเรียนรู้ กระตุ้นให้นักเรียนคิดและปฏิบัติอยู่ตลอดเวลา โดยนักเรียนจะต้องเชื่อมโยงประสบการณ์ความรู้เดิม กับความรู้ใหม่เพื่อพัฒนาเป็นความคิดรอบยอดในเนื้อหา นั้น ๆ เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา แล้ว จึงสามารถนำความรู้ความเข้าใจนั้นมาวิเคราะห์และประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่าง ถูกต้องเหมาะสม ช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นและที่สำคัญยัง ช่วยพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ด้านความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหา ปลายเปิด ผลการสำรวจพบว่าความพึงพอใจของนักเรียนอยู่ในระดับมาก ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ของการวิจัย ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งให้เรียนรู้ด้วยความ สุขจากการเรียนตามความสนใจของผู้เรียน กิจกรรมที่ผู้เรียนปฏิบัติระหว่างเรียนช่วยตอบสนอง พฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนในแต่ละแบบได้อย่างเหมาะสม สอดคล้องกับนันทน้อย แพงปัสสา (2551: บทคัดย่อ) นภัสสร ไชยเสนา (2555: บทคัดย่อ) และนุรมา อารี (2559: บทคัดย่อ) ซึ่งได้ ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT โดยนันทน้อย แพงปัสสา (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT และการ ประยุกต์ใช้ทฤษฎีพหุปัญญา เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคิดสร้างสรรค์และความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผล การศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT และกลุ่มที่จัด กิจกรรมการเรียนรู้โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีพหุปัญญามีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง และ มีความพึงพอใจรายข้ออยู่ในระดับปานกลางถึงระดับมาก นภัสสร ไชยเสนา (2555: บทคัดย่อ) ได้ ศึกษาการเปรียบเทียบการคิดวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม กลุ่มสาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ และความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ แบบ 4 MAT กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบ 4 MAT มีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก และนุรมา อารี (2559: บทคัดย่อ) ได้ศึกษา ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และ ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมี ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ในระดับมากที่สุด

การจัดการเรียนรู้อีกหนึ่งวิธีที่ผู้วิจัยนำมาใช้สอนในครั้งนี้ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนเกิดอิสระทางความคิด สามารถนำเสนอแนวทางแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของนักเรียนและเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิดเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ในบรรยากาศที่ผ่อนคลาย สอดคล้องกับอัสมาฮ์ หะยีตาเฮร์ (2560: บทคัดย่อ) และบุญยงช ทูรศิลป์ และวีรวัฒน์ ไทยชำ (2560: บทคัดย่อ) ซึ่งได้ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามปลายเปิด โดยอัสมาฮ์ หะยีตาเฮร์ (2560: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า หลังการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดนักเรียนมีระดับความพึงพอใจต่อวิธีการสอนแบบเปิดในระดับดี และบุญยงช ทูรศิลป์ และวีรวัฒน์ ไทยชำ (2560: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบจำนวนเต็มโดยใช้วิธีการเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องระบบจำนวนเต็มโดยใช้วิธีการแบบเปิดอยู่ในระดับมาก

จากการอภิปรายผลข้างต้นพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ส่งผลให้ความพึงพอใจของนักเรียนในภาพอยู่ในระดับมาก ทั้งนี้เป็นเพราะว่าการจัดกิจกรรมกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ มีกิจกรรมการเรียนรู้ที่ท้าทายหรือทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น สร้างโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองหรือสำรวจจนค้นพบสิ่งที่อยากเรียนรู้ด้วยตนเอง แล้วจึงนำมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น ส่งเสริมให้นักเรียนต่อยอดความคิดนั้นในมุมกว้างขึ้น คำถามที่ใช้กับนักเรียนเป็นคำถามที่เปิดกว้างทั้งกระบวนการคิดและการหาคำตอบเพื่อสร้างความหลากหลายในการเรียนรู้ จัดบรรยากาศที่ผ่อนคลาย ยืดหยุ่น เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างสนุกสนาน

### ข้อเสนอแนะ

จากผลสรุปของการวิจัยและการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะนำเสนอ ข้อเสนอแนะ 2 ส่วน คือ ข้อเสนอแนะทั่วไป และข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

#### 1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เป็นกิจกรรมที่ใช้เวลานานพอสมควรจึงควรวางแผนการใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ครูผู้สอนควรทำความเข้าใจเกี่ยวกับลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เวลา และการวัดและประเมินผล

1.2 แนวทางการจัดกิจกรรม ครูเป็นผู้รับฟังและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง ซึ่งครูควรให้เวลากับนักเรียนมากพอ และรับฟังแนวคิดของนักเรียนเพื่อเชื่อมโยงไปสู่แนวคิดวิธีการหาคำตอบต่อไป

1.3 ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมเมื่อนักเรียนตอบคำถามลงในใบงาน ครูควรมีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบนักเรียนอยู่เสมอ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องในเนื้อหา

1.4 สถานการณ์ที่นำมาใช้ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ ควรมีการปรับปรุงเพื่อให้มีข้อมูลที่ทันสมัย เป็นสถานการณ์ที่หลากหลายสอดคล้องกับความสนใจของนักเรียน

## 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำการศึกษาครั้งต่อไป

2.1 การทำวิจัยครั้งต่อไป สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด กับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและในระดับชั้นอื่น ๆ โดยเฉพาะระดับชั้นประถมศึกษา เนื่องจากนักเรียนวัย 10-12 ปี เป็นวัยที่เริ่มมีพัฒนาการทางความคิด กล้าแสดงออก และชอบสำรวจตัวเอง การจัดกิจกรรมแบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด จึงเป็นการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ได้เป็นอย่างดี

2.2 การทำวิจัยครั้งต่อไป สามารถนำการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิดไปใช้พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ทักษะการให้เหตุผล เป็นต้น

2.3 การทำวิจัยครั้งต่อไป สามารถทำการวัดและประเมินองค์ประกอบอื่น ๆ ของทักษะความคิดสร้างสรรค์เพิ่มเติม เช่น ความคิดละเอียดลออ เป็นต้น

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- กรณรินทร์ อ่อนสุระทุม. (2557). "การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อ ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT ที่มีความสามารถต่อการคิดวิเคราะห์ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3." ปรินญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการวิจัยและพัฒนาการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2541). **คู่มือพัฒนาการศึกษา พ.ศ.2541**. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551**. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2549). **การคิดเชิงมนทัศน์**. กรุงเทพฯ: เซสมิเดีย.
- ขจรพงษ์ ร่วมแก้ว. (2560). "ผลของสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้บนเครือข่ายตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ที่ส่งเสริมการคิดสร้างสรรค์ เรื่อง การพัฒนาระบบสารสนเทศสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 3 สาขาวิชาคอมพิวเตอร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคอมพิวเตอร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- จิฎาดา อุดมเลิศปรีชา. (2557). "การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "ทฤษฎีบทพีทาโกรัส" โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร." วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- จิรายุทธิ์ อ่อนศรี. (2560). "ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bloom (Bloom's Taxonomy)." **วารสารวิชาการ การพัฒนาแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้สู่การปฏิบัติในศตวรรษที่ 21**, 1, 5.
- จตุภรณ์ เอียบสร้างกี. (2558). "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบวงล้อการคิดอย่างกระตือรือร้นในบริบทเชิงสังคมและปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนาธิป พรกุล. (2545). **แคตส์ รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัชวาล รัตนสวนจิก. (2550). "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อการเรียน

วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์ ระหว่างการสอนแบบร่วมมือ (STAD) การสอนแบบ 4 MAT และการสอนแบบปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5." วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการวิจัยการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2558). **80 นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ**. กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์ อินเทอร์เน็ตเซอร์โพรเซสซิ่ง.

ชาญณรงค์ พรุ่งโรจน์. (2546). **ความคิดสร้างสรรค์**. กรุงเทพฯ: บริษัทด้านสุขาการพิมพ์ จำกัด.

ทยากร มั่งทอง. (2555). "ผลการใช้แบบฝึกทักษะเรื่อง เวลา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วัฏจักรการเรียนรู้ 4MAT." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.

ทีศนา แคมมณี. (2556). **ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ**. พิมพ์ครั้งที่ 16. กรุงเทพฯ: ด้านสุขาการพิมพ์.

ธันวาท วิริยะประสิทธิ์. (2556). "การพัฒนาชุดกิจกรรมส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ชั่ง ตวง วัด ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี.

นภัสสร ไชยเสนา. (2555). "การเปรียบเทียบการคิดวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องรูปสี่เหลี่ยม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ." วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

นวลทิพย์ นวพันธ์. (2552). "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นันทิยา พรหมทา. (2559). "การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามตามแนวคิดของบลูม เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร.

นันทิยา แพงปัสสา. (2551). "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 4MAT และการประยุกต์ใช้ทฤษฎีปัญหา เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคิดสร้างสรรค์และความพึงพอใจของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1." วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

- นุรมา อารี. (2559). "ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6." วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- บัวเหริยญ ดาโรจน์. (2555). "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบแก้ปัญหาโดยใช้คำถามปลายเปิด เรื่อง ร้อยละ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
- บุญยงช ทูรศิลป์ และวีรวัฒน์ ไทยขำ. (2560). "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็มโดยใช้วิธีการเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนโกรกพระ." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.
- ประจักษ์ ปฏิทัศน์. (2559). **การคิดเชิงระบบและความคิดสร้างสรรค์**. กรุงเทพฯ: บริษัท โอ. เอส. พรินต์ติ้ง เฮ้าส์.
- ประทุมวัลย์ ทองมนต์. (2552). "การปฏิบัติการพัฒนาทักษะการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านคำบง 1 อำเภอนิคมคำสร้อย สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามุกดาหารโดยการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
- พรพิโร แก้วสมบัติ. (2551). "ผลการพัฒนาการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่จัดการเรียนรู้แบบ 4MAT." วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการนิเทศ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2550). **ประมวลบทความหลักและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พัชชยากร บุสสยา. (2559). "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5." วารสารศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 27, 3 กันยายน-ธันวาคม.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542). **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์จำกัด.
- รุ่งนภา นรมาตย์. (2556). "การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เงิน โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4." วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- รุจิอาภา รุจิยาปนนท์. (2550). "กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดใน

- การคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6." วิทยานิพนธ์ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เริงชัย คำสุวรรณ. (2553). "ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย สุราษฎร์ธานี." วิทยานิพนธ์ ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ลัดดา ศิลาน้อย. (2549). "ปัญหาปลายเปิด Open Approach ในนวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการ เรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม." **วารสารศึกษาศาสตร์**. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 29, 1: 24-34.
- วันดี เกษมสุขพิพัฒน์. (2554). "การใช้คำถามปลายเปิดเพื่อการประเมินทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์." **วารสารคณิตศาสตร์**, 56, 635-637: 51-62.
- วิจารณ์ พานิช. (2555). **วิธีสร้างการเรียนรู้เพื่อศิษย์ในศตวรรษที่ 21**. กรุงเทพฯ: มูลนิธิสดศรี-สฤษดิ์ วงศ์.
- ศิริพรรณ คริสเตียนเซ่น. (2558). "ผลการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับวิธีการแบบเปิด ที่มีต่อ ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการ สอน มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). **คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชชัย. (2542). **มุ่งสู่คุณภาพการศึกษา**. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สาลินี เรืองจ้อย. (2554). "ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีผลต่อ ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5." สารนิพนธ์ ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สิทธิพงษ์ สิ้นสวัสดิ์. (2556). "การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ หน่วยการ เรียนรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT." วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏ นครราชสีมา.
- สุภารัตน์ อะช่วยรัมย์. (2556). "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบแก้ปัญหาโดยใช้คำถาม



ปลายเปิด เรื่อง เศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านโคกปราสาท จังหวัดบุรีรัมย์." สารนิพนธ์ ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สุรัช อินทสังข์. (2549). "ปลายเปิด: ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย." **วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี**, 121, พฤศจิกายน: 37.

อัสมาฮ์ หะยีตาเฮร์. (2560). "ผลของการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถ ในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2." **วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี**, 29, 1: 182-193.

เอกสารอิเล็กทรอนิกส์การประยุกต์ทางสถิติ มหาวิทยาลัยรามคำแหง. (2558). **ความน่าจะเป็นและสถิติประยุกต์**. เข้าถึงเมื่อ 13 พฤศจิกายน. เข้าถึงได้จาก <http://old-book.ru.ac.th/e-book/inside/html/link.asp?ID=ST>

#### ภาษาอังกฤษ

Guilford, J. P. (1967). **The Nature of Human Intelligence**. McGraw-Hill, Book Company.

Krulik, S., and A., R. J. (1999). Innovative tasks to improve critical and creativethinking skill. ใน L. V. Stiff and F. R. Curcio (Eds.), **Development Mathematics Reasoning in Grade K-12: 1999 Yearbook**. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Loe, Q. J., and Chen, C. X. (2004). **The Open-ended Approach in Reforming Traditional Teaching**. Paper Presented at the 10<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education. Accessed 2019, December 12. Available from <http://www.icmeorganiers.dk/tsg14/#paper>

Merliss, G., and Noel, D. (2003). **Experimenting with Open-ended Question: one Teaching Pair's Experience**. Accessed 2019, December 24. Available from <http://masscharterschools.org>

Nohda, N. (2000). **A Study of Open-Approach Method in school Mathematics Teaching**. Makuhari: University of Tsukuba.

Novita, R. (2016). "Exploring Primary Student's Problem-solving Ability by Doing Tasks Like PISA's Question." **Journal on mathematics Education**, 3, 2.

Runisah. (2016). **The Enhancement of Students' Creative Thinking Skills in**

**Mathematics through The 5E Learning Cycle with Metacognitive Technique.**

Accessed 2019, November 13. Available from: <http://ijern.com>

Sheffield, L. J. (2008). **Proceedings of the Discussing Group 9: Promoting Creativity for All Students in Mathematics Education. The 11<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education Monterey, Mexico.** Accessed 2019, December 2. Available from: <http://dg.icme11.org/tsg/show/10>

Torrance, P. E. (1962). **Guiding creative talent.** Prentice-Hall, Inc.

Torrance, P. E. (1973). **Creative Learning and Teaching.** New York: Book Mead Company.





ภาคผนวก



ภาคผนวก ก  
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ

ชื่อ - นามสกุล	ตำแหน่ง	สถานที่ทำงาน/ วุฒิทางการศึกษา	ความเชี่ยวชาญ
1. ผศ.ดร.แสงเดือน เจริญฉิม	อาจารย์ประจำ ภาควิชาครุศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ และพัฒนศาสตร์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน นครปฐม ศึกษาศาสตร์ดุสิต หลักสูตรและการสอน	ด้านหลักสูตร และการสอน
2. ดร.พงศ์ชาติ อิ่มนุกุลกิจ	ครูชำนาญการ พิเศษ	โรงเรียนสิรินธรราช วิทยาลัย อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม	ด้านคณิตศาสตร์
3. นางสุวิมาศ เสมประวัตติ	ครู	โรงเรียนศรีวิชัยวิทยา อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต คณิตศาสตร์ศึกษา	ด้านคณิตศาสตร์



ภาคผนวก ข

1. หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการตรวจเครื่องมือ



ที่ อว 8606 ๖๙๙ / 3๕5

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

15 มกราคม 2563

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์แสงเดือน เจริญนิม

ด้วย นางสาวยุวดี แซ่เอี้ยว รหัสประจำตัว 59316306 นักศึกษาระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีนครราชสีมา "

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร มีความประสงค์ ขอเรียนเชิญท่านในฐานะผู้เชี่ยวชาญ เป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัยให้กับนักศึกษาดังกล่าว เพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

( อาจารย์ ดร. อธิกมาส มากจู้ )

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย

รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานบัณฑิตวิทยาลัย  
นครปฐม โทร.034-218790



ที่ ฮว 8606 (ท.ร.) / 363

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

15 มกราคม 2563

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน นายพงศ์ชาติ อิ่มนุกุลกิจ

ด้วย นางสาวชวดี แซ่เอี้ยว รหัสประจำตัว 59316306 นักศึกษาระดับปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย "

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร มีความประสงค์ ขอเรียนเชิญท่านในฐานะผู้เชี่ยวชาญ เป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัยให้กับนักศึกษาดังกล่าว เพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

( อาจารย์ ดร. อธิกมาส มากชูย์ )

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย

รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย





ที่ อว 8606 เพร้า/364  
๐๓

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร  
พระราชวังสนามจันทร์  
อ.เมือง จ.นครปฐม 73000

15 มกราคม 2563

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน นางสาววิมาศ เสมประวัตติ

ด้วย นางสาววิมาศ แซ่เตี่ยว รหัสประจำตัว 59316306 นักศึกษาระดับปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชา ศึกษาศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " ผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย "

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร มีความประสงค์ ขอเรียนเชิญท่านในฐานะผู้เชี่ยวชาญ เป็นผู้ตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัยให้กับนักศึกษาดังกล่าว เพื่อประกอบการทำวิทยานิพนธ์

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ จักขอบพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร. อธิกมาส มากजूย)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ฝ่ายวิชาการและวิจัย  
รักษาการแทน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานบัณฑิตวิทยาลัย  
นครปฐม โทร. 034-218790

ข้อ	รายการพิจารณา	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		เหมาะสม +1	ไม่แน่ใจ 0	ไม่เหมาะสม -1	
2.	<p>ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 4 คน ถ้าสนใจเพศของบุตรทั้ง 4 คน ให้นักเรียนเขียนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จากการมีบุตร 4 คนของครอบครัวนี้ ให้ได้ถูกต้องและได้จำนวนมากที่สุด (กำหนดให้ ช แทนบุตรชาย และ หญิง แทนบุตรหญิง)</p> <p><u>ตัวอย่างเช่น</u> เหตุการณ์ที่บุตรคนแรกและคนสุดท้ายเป็นชาย จะได้ { ชชชช, ชชชช, ชชชช, ชชชช } เป็นต้น</p>	✓			
3.	<p>ในชมรมกรีฑามีนักกีฬาทั้งหมด 40 คน โดยในนี้มีฝาแฝด 3 คู่ ถ้าสุ่มนักกีฬามา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักกีฬาคนนั้นจะมีฝาแฝด โดยให้นักเรียนแสดงแนวความคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด</p>	✓			
4.	<p>กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอล 8 ลูก เป็นลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีเขียว 3 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูก 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วไม่ได้คืนก่อนหยิบลูกบอลลูกถัดไป จงหาความน่าจะเป็นที่ครั้งที่ 1 ได้ลูกบอลสีแดง และครั้งที่ 2 และ 3 ได้ลูกบอลสีเหลือง โดยให้นักเรียนแสดงแนวความคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด</p>	✓			

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์แสงเดือน เจริญนิม)

ข้อ	รายการพิจารณา	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		เหมาะสม +1	ไม่แน่ใจ 0	ไม่เหมาะสม -1	
28.	กำหนดให้ วัน หมายถึง วันอาทิตย์ วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ และ วันเสาร์ ความน่าจะเป็นที่คน 2 คนจะเกิด วันต่างกันมีค่าเท่ากับข้อใด ก. $\frac{1}{49}$ ข. $\frac{1}{7}$ ค. $\frac{6}{49}$ ง. $\frac{6}{7}$	✓			
29.	สุดามีลูก 10 ตัว เป็นสีแดง 2 ตัว สีน้ำเงิน 3 ตัว สีเขียว 1 ตัว สีขาว 4 ตัว และมีกระโปรง 6 ตัว เป็นสีแดง 2 ตัว สีน้ำเงิน 3 ตัว สีเขียว 1 ตัว สมมุติว่าสุดาแต่งตัวออกจากบ้านอย่างไม่เจาะจง ความน่าจะเป็นที่สุดาจะแต่งตัวโดยสวมเสื้อและ กระโปรงสีต่างกันมีค่าเป็นเท่าใด ก. $\frac{7}{30}$ ข. $\frac{2}{5}$ ค. $\frac{23}{30}$ ง. $\frac{53}{60}$	✓			
30.	ถุงใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีขาว 5 ลูก นอกนั้นเป็นสีดำ ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลในถุงขึ้นมา 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกบอลสีแดงทั้งคู่เป็น $\frac{1}{20}$ มีลูกบอลสีดำอยู่ในถุงกี่ลูก ก. 8 ข. 7 ค. 5 ง. 2	✓			

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์แสงเดือน เจริญนิม)

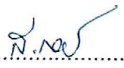
**แบบตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สำหรับผู้เชี่ยวชาญ เรื่อง ความน่าจะเป็น**  
โปรดทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน

+1 หากท่านเห็นว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หากท่านไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หากท่านเห็นว่าข้อสอบ ไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ลำดับ ที่	รายการประเมิน	ความเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
1	แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน			✓	
2	มาตรฐานการเรียนรู้ ควชีวัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระ การเรียนรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้ ความเชื่อมโยงกันอย่างเหมาะสม			✓	
3	กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องและความครอบคลุมในการพัฒนาผู้เรียน ให้มีความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์			✓	
4	กิจกรรมการเรียนรู้เน้นกระบวนการสร้างความคิดสร้างสรรค์			✓	
5	กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและ แลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น			✓	
6	ภาระงานและชิ้นงานมีความเหมาะสม ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้ กระบวนการคิดสร้างสรรค์			✓	
7	สื่อการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน			✓	
8	กำหนดเวลาได้เหมาะสมกับกิจกรรม และสามารถนำไปปฏิบัติจริงได้		✓		
9	ประเด็นและเกณฑ์การวัดประเมินผลสามารถสะท้อนคุณภาพผู้เรียนตาม มาตรฐานการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	
10	เครื่องมือและวิธีการประเมินผลสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์แสงเดือน เจริญฉิม)

ข้อ	รายการพิจารณา	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		เหมาะสม +1	ไม่แน่ใจ 0	ไม่เหมาะสม -1	
2.	ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 4 คน ถ้าสนใจเพศของบุตร ทั้ง 4 คน ให้นักเรียนเขียนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ จากการมีบุตร 4 คนของครอบครัวนี้ ให้ได้ถูกต้อง และได้จำนวนมากที่สุด (กำหนดให้ ช แทน บุตรชาย และ ญ แทนบุตรหญิง) <u>ตัวอย่างเช่น</u> เหตุการณ์ที่บุตรคนแรกและคนสุดท้ายเป็นชาย จะได้ { ชชชช, ชชชญช, ชชญชช, ชชญชญช } เป็นต้น	✓			
3.	ในชมรมกรีฑามีนักกีฬาทั้งหมด 40 คน โดยในนี้มีฝาแฝด 3 คู่ ถ้าสุ่มนักกีฬามา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักกีฬาคนนั้นจะมีฝาแฝด โดยให้นักเรียนแสดงแนวคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด	✓			
4.	กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอล 8 ลูก เป็นลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีเขียว 3 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูก 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบลูกบอลลูกถัดไป จงหาความน่าจะเป็นที่ครั้งที่ 1 ได้ลูกบอลสีแดง และครั้งที่ 2 และ 3 ได้ลูกบอลสีเหลือง โดยให้นักเรียนแสดงแนวคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด	✓			

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน

(ดร.พงศ์ชาติ อิ่มบุญถักกิจ)

ข้อ	รายการพิจารณา	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		เหมาะสม +1	ไม่แน่ใจ 0	ไม่เหมาะสม -1	
28.	กำหนดให้ วัน หมายถึง วันอาทิตย์ วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ และ วันเสาร์ ความน่าจะเป็นที่คน 2 คนจะเกิด วันต่างกันมีค่าเท่ากับเท่าใด ก. $\frac{1}{49}$ ข. $\frac{1}{7}$ ค. $\frac{6}{49}$ ง. $\frac{6}{7}$	✓			
29.	สุดามีเสื้อ 10 ตัวเป็นสีแดง 2 ตัว สีน้ำเงิน 3 ตัว สีเขียว 1 ตัว สีขาว 4 ตัว และมีกระโปรง 6 ตัว เป็นสีแดง 2 ตัว สีน้ำเงิน 3 ตัว สีเขียว 1 ตัว สมมุติว่าสุดาแต่งตัวออกจากบ้านอย่างไม่เจาะจง ความน่าจะเป็นที่สุดาจะแต่งตัวโดยสวมเสื้อและ กระโปรงสีต่างกันเท่ากับเท่าใด ก. $\frac{7}{30}$ ข. $\frac{2}{5}$ ค. $\frac{23}{30}$ ง. $\frac{53}{60}$	✓			
30.	ถุงใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีขาว 5 ลูก นอกนั้นเป็นสีดำ ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลในถุงขึ้นมา 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกบอลสีแดงทั้งคู่เป็น $\frac{1}{20}$ มีลูกบอลสีดำอยู่ในถุงกี่ลูก ก. 8 ข. 7 ค. 5 ง. 2	✓			

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน

(ดร.พงค์ชาติ อิ่มนุกุลกิจ)

**แบบตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สำหรับผู้เชี่ยวชาญ เรื่อง ความน่าจะเป็น**

โปรดทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน

+1 หากท่านเห็นว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หากท่านไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หากท่านเห็นว่าข้อสอบไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ลำดับ ที่	รายการประเมิน	ความเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
1	แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน			✓	
2	มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระ การเรียนรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้ ความเชื่อมโยงกันอย่างเหมาะสม			✓	
3	กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องและความครอบคลุมในการพัฒนาผู้เรียน ให้มีความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์			✓	
4	กิจกรรมการเรียนรู้เน้นกระบวนการสร้างความคิดสร้างสรรค์			✓	
5	กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและ แลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น			✓	
6	ภาระงานและชิ้นงานมีความเหมาะสม ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้ กระบวนการคิดสร้างสรรค์			✓	
7	สื่อการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน			✓	
8	กำหนดเวลาได้เหมาะสมกับกิจกรรม และสามารถนำไปปฏิบัติจริงได้			✓	
9	ประเด็นและเกณฑ์การวัดประเมินผลสามารถสะท้อนคุณภาพผู้เรียนตาม มาตรฐานการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	
10	เครื่องมือและวิธีการประเมินผลสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน


(ดร.พงศชาติ อิ่มนุกุลกิจ)

ข้อ	รายการพิจารณา	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		เหมาะสม +1	ไม่แน่ใจ 0	ไม่เหมาะสม -1	
2.	<p>ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 4 คน ถ้าสนใจเพศของบุตรทั้ง 4 คน ให้นักเรียนเขียนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จากการมีบุตร 4 คนของครอบครัวนี้ ให้ได้ถูกต้องและได้จำนวนมากที่สุด (กำหนดให้ช แทนบุตรชาย และ หญิง แทนบุตรหญิง)</p> <p><u>ตัวอย่างเช่น</u> เหตุการณ์ที่บุตรคนแรกและคนสุดท้ายเป็นชาย จะได้ { ชชชช, ชชชช, ชชชช, ชชชช } เป็นต้น</p>	✓			
3.	<p>ในชมรมกรีฑามีนักกีฬาทั้งหมด 40 คน โดยในนี้มีฝาแฝด 3 คู่ ถ้าสุ่มนักกีฬามา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักกีฬาคนนั้นจะมีฝาแฝด โดยให้นักเรียนแสดงแนวความคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด</p>	✓			
4.	<p>กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอล 8 ลูก เป็นลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีเขียว 3 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูก 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบลูกบอลลูกถัดไป จงหาความน่าจะเป็นที่ครั้งที่ 1 ได้ลูกบอลสีแดง และครั้งที่ 2 และ 3 ได้ลูกบอลสีเหลือง โดยให้นักเรียนแสดงแนวความคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด</p>	✓			

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน  
(นางสุวิมาศ เสมประวัต)



ข้อ	รายการพิจารณา	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		เหมาะสม +1	ไม่แน่ใจ 0	ไม่เหมาะสม -1	
28.	กำหนดให้ วัน หมายถึง วันอาทิตย์ วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ และ วันเสาร์ ความน่าจะเป็นที่คน 2 คนจะเกิด วันต่างกันมีค่าเท่ากับเท่าใด ก. $\frac{1}{49}$ ข. $\frac{1}{7}$ ค. $\frac{6}{49}$ ง. $\frac{6}{7}$	✓			
29.	สุดามีลูก 10 ตัวเป็นสีแดง 2 ตัว สีน้ำเงิน 3 ตัว สีเขียว 1 ตัว สีขาว 4 ตัว และมีกระโปรง 6 ตัว เป็นสีแดง 2 ตัว สีน้ำเงิน 3 ตัว สีเขียว 1 ตัว สมมติว่าสุดาแต่งตัวออกจากบ้านอย่างไม่เจาะจง ความน่าจะเป็นที่สุดาจะแต่งตัวโดยสวมเสื้อและ กระโปรงสีต่างกันเท่ากับเท่าใด ก. $\frac{7}{30}$ ข. $\frac{2}{5}$ ค. $\frac{23}{30}$ ง. $\frac{53}{60}$	✓			
30.	ถุงใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีขาว 5 ลูก นอกนั้นเป็นสีดำ ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลในถุงขึ้นมา 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกบอลสีแดงทั้งคู่เป็น $\frac{1}{20}$ มีลูกบอลสีดำอยู่ในถุงกี่ลูก ก. 8 ข. 7 ค. 5 ง. 2	✓			

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน

(นางสุวิมาศ เสมประวัตติ)

**แบบตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สำหรับผู้เชี่ยวชาญ เรื่อง ความน่าจะเป็น**


โปรดทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน

+1 หากท่านเห็นว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หากท่านไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หากท่านเห็นว่าข้อสอบไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ลำดับ ที่	รายการประเมิน	ความเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
1	แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน			✓	
2	มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระ การเรียนรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้ ความเชื่อมโยงกันอย่างเหมาะสม			✓	
3	กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องและความครอบคลุมในการพัฒนาผู้เรียน ให้มีความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์			✓	
4	กิจกรรมการเรียนรู้เน้นกระบวนการสร้างความคิดสร้างสรรค์			✓	
5	กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและ แลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น			✓	
6	ภาระงานและชิ้นงานมีความเหมาะสม ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้ กระบวนการคิดสร้างสรรค์			✓	
7	สื่อการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน			✓	
8	กำหนดเวลาได้เหมาะสมกับกิจกรรม และสามารถนำไปปฏิบัติจริงได้			✓	
9	ประเด็นและเกณฑ์การวัดประเมินผลสามารถสะท้อนคุณภาพผู้เรียนตาม มาตรฐานการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	
10	เครื่องมือและวิธีการประเมินผลสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้			✓	

ลงชื่อ .....  ..... ผู้ประเมิน

(นางสุวิมาศ เสมประวัตติ)



### คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
3. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
4. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด
5. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
6. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
7. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
8. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น



**1. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด**  
**เรื่อง ความน่าจะเป็น**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ที่แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องของแต่ละองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏ ดังตารางที่ 6

**ตารางที่ 6** ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
1. แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	+1	+1	+1	1.00
2. มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้ ความเชื่อมโยงกันอย่างเหมาะสม	+1	+1	+1	1.00
3. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องและความครอบคลุมในการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์	+1	+1	+1	1.00
4. กิจกรรมการเรียนรู้เน้นกระบวนการสร้างความคิดสร้างสรรค์	+1	+1	+1	1.00
5. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น	+1	+1	+1	1.00
6. ภาระงานและชิ้นงานมีความเหมาะสม ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการคิดสร้างสรรค์	+1	+1	+1	1.00
7. สื่อการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	+1	+1	+1	1.00
8. กำหนดเวลาได้เหมาะสมกับกิจกรรม และสามารถนำไปปฏิบัติจริงได้	+1	+1	+1	1.00
9. ประเด็นและเกณฑ์การวัดประเมินผลสามารถสะท้อนคุณภาพผู้เรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00
10. เครื่องมือและวิธีการประเมินผลสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	1.00

**2. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏ ดังตารางที่ 7

**ตารางที่ 7** ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			IOC	ข้อสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3			1	2	3	
1	+1	+1	+1	1.00	16	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	1.00	17	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00	18	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00	19	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	1.00	20	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	1.00	21	+1	+1	+1	1.00
7	+1	+1	+1	1.00	22	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	+1	1.00	23	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	1.00	24	+1	+1	+1	1.00
10	+1	+1	+1	1.00	25	+1	+1	+1	1.00
11	+1	+1	+1	1.00	26	+1	+1	+1	1.00
12	+1	+1	+1	1.00	27	+1	+1	+1	1.00
13	+1	+1	+1	1.00	28	+1	+1	+1	1.00
14	+1	+1	+1	1.00	29	+1	+1	+1	1.00
15	+1	+1	+1	1.00	30	+1	+1	+1	1.00

**3. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏ ดังตารางที่ 8

**ตารางที่ 8** ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อสอบข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00



**4. ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา**  
**แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT**  
**ร่วมกับปัญหาปลายเปิด**

การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการประเมินปรากฏดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ผลการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	1	2	3	
<b>1. ด้านเนื้อหา</b>				
1.1 เนื้อหาที่กำหนดในกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับนักเรียน	+1	+1	+1	1.00
1.2 ใบงานและใบกิจกรรมมีความเหมาะสม	+1	+1	+1	1.00
1.3 เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอต่อการเรียนในเนื้อหา	+1	0	+1	0.67
<b>2. ด้านกระบวนการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด</b>				
2.1 กิจกรรมทำให้การเรียนการสอนมีความน่าสนใจ	+1	+1	+1	1.00
2.2 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมเป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถปฏิบัติได้	+1	+1	+1	1.00
2.3 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนให้ดีขึ้น	+1	+1	+1	1.00
2.4 กิจกรรมการเรียนรู้เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น	+1	+1	+1	1.00
2.5 กิจกรรมการเรียนการสอนมีการวัดประเมินผลที่เหมาะสม	+1	+1	+1	1.00
<b>3. ด้านผู้เรียน</b>				
3.1 นักเรียนได้รับความรู้จากการปฏิบัติกิจกรรม	+1	+1	+1	1.00
3.2 นักเรียนสามารถนำความรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมไปใช้ในชีวิตประจำวันได้	+1	+1	+1	1.00
3.3 นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียน และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น	+1	+1	+1	1.00
3.4 นักเรียนเกิดทักษะความคิดสร้างสรรค์	+1	+1	+1	1.00



## 5. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อ

สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

การวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ในส่วนของค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อสอบข้อที่	ความยากง่าย		ค่าอำนาจจำแนก	
	p	ระดับคุณภาพ	r	ระดับคุณภาพ
1	0.69	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.38	พอใช้
2	0.59	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.69	ดีมาก
3	0.44	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.75	ดีมาก
4	0.63	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.63	ดีมาก
5	0.66	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.31	ดีมาก
6	0.56	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.38	พอใช้
7	0.63	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.38	พอใช้
8	0.66	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.44	ดี
9	0.69	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.50	ดี
10	0.28	ค่อนข้างยาก (ดี)	0.56	ดี
11	0.50	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.63	ดีมาก
12	0.66	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.44	ดี
13	0.69	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.63	ดีมาก
14	0.66	ค่อนข้างยาก (ดี)	0.44	ดี
15	0.69	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.50	ดี
16	0.66	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.31	พอใช้
17	0.66	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.56	ดี
18	0.63	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.50	ดี
19	0.69	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.38	พอใช้

ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน (ต่อ)

ข้อสอบข้อที่	ความยากง่าย		ค่าอำนาจจำแนก	
	p	ระดับคุณภาพ	r	ระดับคุณภาพ
20	0.69	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.50	ดี
21	0.66	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.56	ดี
22	0.66	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.44	ดี
23	0.44	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.63	ดีมาก
24	0.69	ค่อนข้างยาก (ดี)	0.38	พอใช้
25	0.63	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.75	ดีมาก
26	0.38	ค่อนข้างยาก (ดี)	0.38	พอใช้
27	0.69	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.63	ดีมาก
28	0.59	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.44	ดี
29	0.63	ค่อนข้างง่าย (ดี)	0.75	ดีมาก
30	0.31	ค่อนข้างยาก (ดี)	0.63	ดีมาก

จากผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าข้อสอบทั้ง 30 ข้อ มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.28 – 0.69 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าอยู่ระหว่าง 0.31 – 0.75 โดยผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบเพื่อใช้จริงจำนวน 20 ข้อ ได้แก่ ข้อสอบข้อที่ 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 17, 18, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 29 และ 30 โดยข้อสอบทั้ง 20 ข้อ สามารถวัดประเมินผลได้ครบตามจุดประสงค์การเรียนรู้

## 6. ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อ แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

การวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ในส่วนของคุณค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อสอบข้อที่	ความยากง่าย		ค่าอำนาจจำแนก	
	p	ระดับคุณภาพ	r	ระดับคุณภาพ
1	0.47	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.40	ดี
2	0.46	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.45	ดี
3	0.24	ค่อนข้างยาก (ดี)	0.57	ดี
4	0.45	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)	0.43	ดี

จากผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.24 – 0.47 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าอยู่ระหว่าง 0.40 – 0.57 ได้แก่ ข้อสอบข้อที่ 1 และ 4 โดยข้อสอบทั้ง 2 ข้อ สามารถวัดประเมินผลได้ครบตามจุดประสงค์การเรียนรู้

**7. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น**  
**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น**

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ใช้สูตรของครอนบาช (Cronbach alpha procedure) ในการคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความน่าจะเป็น

คนที่	คะแนนรวม ข้อที่ 1-30	คนที่	คะแนนรวม ข้อที่ 1-30
1	30	16	22
2	29	17	21
3	29	18	21
4	28	19	21
5	28	20	20
6	27	21	20
7	26	22	20
8	26	23	20
9	25	24	20
10	25	25	20
11	24	26	20
12	24	27	20
13	23	28	20
14	23	29	20
15	22	30	19

ตารางที่ 12 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความน่าจะเป็น (ต่อ)

คนที่	คะแนนรวม ข้อที่ 1-30	คนที่	คะแนนรวม ข้อที่ 1-30
31	19	46	14
32	19	47	14
33	19	48	13
34	19	49	13
35	19	50	12
36	19	51	12
37	19	52	11
38	19	53	9
39	18	54	9
40	18	55	8
41	18	56	8
42	17	57	8
43	16	58	8
44	15	59	7
45	14	60	4

จากสูตรค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น  $\alpha = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_i^2} \right)$

$$\sum S_i^2 = 6.37 \quad S_i^2 = 36.98 \quad n = 30$$

$$\alpha = \frac{30}{30-1} \left( 1 - \frac{6.37}{36.98} \right) \approx 0.86$$

ความเชื่อมั่น = 0.86

### 8. ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น

#### แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ใช้สูตรของครอนบาช (Cronbach alpha procedure) ในการคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 ผลการวิเคราะห์คุณภาพรายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

คนที่	คะแนน				รวม
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	
1	8	7	8	7	30
2	6	4	7	5	22
3	5	2	6	4	17
4	6	5	5	6	22
5	6	5	5	3	19
6	4	4	4	6	18
7	5	3	5	4	17
8	5	5	4	5	19
9	4	6	5	6	21
10	5	6	4	5	20
11	6	5	6	6	23
12	7	7	7	8	29
13	5	7	6	6	24
14	7	8	7	8	30
15	5	6	4	5	20
16	4	6	5	2	17
17	6	5	4	5	20
18	5	4	6	5	20
19	5	5	5	6	21
20	7	8	8	7	30
21	6	6	4	5	21
22	5	6	4	5	20

ตารางที่ 13 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความน่าจะเป็น (ต่อ)

คนที่	คะแนน				รวม
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	
23	8	8	8	8	32
24	2	5	5	5	17
25	6	4	6	5	21
26	6	5	6	5	22
27	8	8	8	7	31
28	8	7	7	7	29
29	7	8	8	8	31
30	5	4	4	5	18

จากสูตรค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น  $\alpha = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_r^2} \right)$

$$\sum S_i^2 = 8.62 \quad S_r^2 = 23.88 \quad n = 4$$

$$\alpha = \frac{4}{4-1} \left( 1 - \frac{8.62}{23.88} \right) \approx 0.85$$

ความเชื่อมั่น = 0.85

ภาคผนวก ง

**ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล**

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
3. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
4. แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

มหาวิทยาลัยศิลปากร





### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัสวิชา ค31102
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความน่าจะเป็น		
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม		
ผู้สอน นางสาวยุวดี แซ่เอี้ยว		เวลา 2 ชั่วโมง

#### มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้  
ตัวชี้วัด ค 3.2 ม.4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

##### ด้านความรู้ (K)

1. นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับความหมายของการทดลองสุ่ม
2. นักเรียนสามารถหาปริภูมิตัวอย่างหรือแซมเปิลสเปซได้อย่างถูกต้อง

##### ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

นักเรียนมีทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

#### สาระสำคัญ

- การทดลองสุ่ม
- ปริภูมิตัวอย่าง หรือ แซมเปิลสเปซ

#### สาระการเรียนรู้

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น

1) หลักการบวก ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งวิธีการทำงานออกเป็น  $k$  กรณี คือ กรณีที่ 1 ถึงกรณีที่  $k$  โดยที่

กรณีที่ 1 สามารถทำงานได้  $n_1$  วิธี

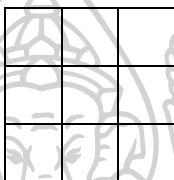
กรณีที่ 2 สามารถทำงานได้  $n_2$  วิธี

⋮

กรณีที่  $k$  สามารถทำงานได้  $n_k$  วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง  $k$  กรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์ แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 + n_2 + \dots + n_k$  วิธี

ตัวอย่าง สมคตินำกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย จำนวน 9 แผ่น มาจัดเรียงชิดกัน ดังรูป



จากการจัดเรียงกระเบื้องข้างต้น มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป

วิธีทำ มีรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมด 3 ขนาด ได้แก่

ขนาดที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย มี 9 รูป

ขนาดที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 2 หน่วย มี 4 รูป

ขนาดที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 3 หน่วย มี 1 รูป

จากหลักการบวกจะได้ว่ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด  $9 + 4 + 1 = 14$  รูป

**2) หลักการคูณ** ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น  $k$  ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยที่

ขั้นที่ 1 สามารถทำได้  $n_1$  วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นที่ 1 สามารถทำขั้นที่ 2 ต่อไปได้  $n_2$  วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 สามารถทำขั้นที่ 3 ต่อไปได้  $n_3$  วิธี

⋮

ในแต่ละวิธีของขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่  $k - 1$  สามารถทำขั้นที่  $k$  ต่อไปได้  $n_k$  วิธี

แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$  วิธี

ตัวอย่าง บริษัทผลิตเสื้อผ้าสำเร็จรูปแห่งหนึ่งผลิตเสื้อ 6 แบบ กางเกง 5 แบบ และเนคไท 4 แบบ ถ้าจะจัดแต่งตัวให้กับหุ่นเพื่อนำไปโชว์หน้าร้าน จะสามารถแต่งเป็นชุดต่าง ๆ กันได้กี่ชุด

**วิธีทำ** ในการแต่งตัวให้กับหุ่นมี 3 ขั้นตอน คือ

**ขั้นที่ 1** เลือกเสื้อได้ 6 วิธี

**ขั้นที่ 2** เลือกกางเกงได้ 5 วิธี

**ขั้นที่ 3** เลือกเนคไทได้ 4 วิธี

จากหลักการคูณจะได้ว่าวิธีการแต่งตัวให้กับหุ่นทำได้ทั้งหมด  $6 \times 5 \times 4 = 120$  วิธี

### 3) การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น คือการจัดสิ่งของเรียงต่อกันในตำแหน่งต่าง ๆ โดยถือลำดับเป็นสำคัญ ตัวอย่างเช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยสมาชิก 3 คน ได้แก่ A, B และ C ต้องการจัดนักเรียนยืนเรียงแถวด้านกระดานเพื่อถ่ายรูป โดยจัดถ่ายรูปทีละสองคน จะสามารถแจกแจงวิธีการยืนได้ 6 วิธี คือ AB, AC, BC, BA, CA และ CB

เนื่องจากการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นถือลำดับเป็นสำคัญ ดังนั้น AB และ BA จึงเป็นวิธีที่แตกต่างกัน

จำนวนวิธีในการนำสิ่งของ  $r$  ชิ้น จากสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  ชิ้น มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นคือ  $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$  วิธี

**ตัวอย่าง** ถ้าต้องการนำหนังสือ 4 เล่ม จากหนังสือทั้งหมด 9 เล่ม มาวางเรียงบนชั้นวางหนังสือชั้นหนึ่ง จะมีวิธีการวางหนังสือได้ทั้งหมดกี่วิธี

**วิธีทำ** เนื่องจากต้องนำหนังสือ 4 เล่ม จากหนังสือทั้งหมด 9 เล่ม มาวางเรียงบนชั้น จะได้

$$P_{9,4} = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024 \text{ วิธี}$$

### 4) การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

การจัดหมู่ คือจำนวนวิธีเลือกกลุ่มของสิ่งของโดยไม่พิจารณาลำดับในการเลือก ตัวอย่างเช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยสมาชิก 3 คน คือ A, B และ C ถ้าต้องการเลือกนักเรียนตัวแทน 2 คนโดยไม่สนใจลำดับในการเลือก จากนักเรียน 3 คนนี้ จะทำได้ทั้งหมด 3 วิธี คือ AB, AC และ BC เป็นต้น

เนื่องจากการการจัดหมู่ไม่พิจารณาลำดับในการเลือก ดังนั้น AB และ BA จึงเป็นวิธีการเดียวกัน

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่าง  $n$  ชิ้น โดยเลือกคราวละ  $r$  ชิ้น คือ  $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$  วิธี

ตัวอย่าง มีทีมฟุตบอล 10 ทีม ซึ่งจะทำการแข่งขันแบบพบกันหมดและสองทีมใด ๆ จะแข่งขันเพียงหนึ่งครั้ง จงหาว่า จะต้องจัดการแข่งขันทั้งหมดกี่ครั้ง

วิธีทำ เนื่องจากการแข่งขันแต่ละครั้งจะต้องเลือกทีมฟุตบอลมา 2 ทีม จาก 10 ทีม จะได้

$$C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)!2!} = \frac{10!}{8!2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!2!} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45 \text{ ครั้ง}$$

**การทดลองสุ่ม** (random experiment) คือการทดลองซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอนว่า ในแต่ละครั้งที่ทดลอง ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไรในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้เหล่านั้น ตัวอย่างเช่น ในการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แต้มที่ปรากฏบนหน้าลูกเต๋อาจจะเป็น 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอนว่า แต้มที่ได้จะเป็นแต้มใด เรียกการทอดลูกเต๋าดังกล่าวว่า การทดลองสุ่ม และเรียกเซตของแต้มที่ปรากฏบนหน้าลูกเต๋าก็เป็นไปได้อย่างหมดว่า **ปริภูมิตัวอย่าง** หรือ **แซมเปิลสเปซ** (sample space)

แต่ถ้าการทดลองใด ๆ มีผลลัพธ์เกิดขึ้นเพียงอย่างเดียวเท่านั้น หรือไม่ทราบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น การทดลองนั้น ไม่เป็นการทดลองสุ่ม ตัวอย่างเช่น การนำ 2 บวกกับ 3 ไม่เป็นการทดลองสุ่มเพราะผลลัพธ์เท่ากับ 5 เพียงอย่างเดียวเท่านั้น การหาผลคูณของสองจำนวน ไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะไม่รู้ว่าจะสองจำนวนนั้นคือจำนวนใด จึงไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่แน่นอนได้ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1 จงหาปริภูมิตัวอย่างของการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง เมื่อสนใจแต้มที่ปรากฏ

วิธีทำ การทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้งเป็นการทดลองสุ่ม เนื่องจากสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นคือ แต้ม 1 2 3 4 5 หรือ 6 แต่บอกไม่ได้แน่นอนว่า เมื่อทอดลูกเต๋ได้แล้วจะได้แต้มใด

ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ จะได้  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

จากตัวอย่างข้างต้น ถ้าสนใจเพียงว่าแต้มที่ได้จะเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ ผลที่ได้จากการทดลองจะเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่อย่างใดอย่างหนึ่ง

ถ้าให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ จะได้  $S = \{E, O\}$  เมื่อ  $E$  แทนแต้ม 2, 4, 6 และ  $O$  แทนแต้ม 1, 3, 5 จะเห็นว่า ในการทดลองสุ่มเดียวกันอาจเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ได้มากกว่าหนึ่งแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่สนใจ

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในแต่ละข้อต่อไปนี้

- 1) ทีมฟุตบอล ก ลงแข่งขันกับทีมฟุตบอล ข โดยสนใจผลการแข่งขันของทีม ก
- 2) โยนเหรียญหนึ่งเหรียญสี่ครั้ง โดยสนใจจำนวนครั้งที่ขึ้นหัว
- 3) ผลิตหลอดไฟ 1,000 หลอด ในเวลา 24 ชั่วโมง โดยสนใจจำนวนหลอดไฟที่เสียเมื่อผลิตครบ 24 ชั่วโมง
- 4) หยิบลูกปิงปองหนึ่งลูกออกจากถุงซึ่งบรรจุลูกปิงปองสีขาวและสีส้ม โดยสนใจว่าได้ลูกปิงปองสีใด

วิธีทำ ให้  $S_1$   $S_2$   $S_3$  และ  $S_4$  เป็นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 1) 2) 3) และ 4) ตามลำดับ

- 1) เนื่องจากในการแข่งขันฟุตบอล ผลของการแข่งขันของทีม ก เป็นได้ 3 แบบ คือ ชนะ แพ้ หรือ เสมอ ดังนั้น  $S_1 = \{\text{ชนะ, แพ้, เสมอ}\}$
- 2) เนื่องจากในการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญสี่ครั้ง จำนวนครั้งที่เหรียญจะขึ้นหัวอาจจะเป็น 0 1 2 3 หรือ 4 ครั้ง ดังนั้น  $S_2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- 3) เนื่องจากจำนวนหลอดไฟที่ผลิตได้ในเวลา 24 ชั่วโมง อาจจะไม่มีการผลิตหลอดไฟที่เสีย หรือมีหลอดไฟที่เสีย 1 2 3 ... หรือ 1000 หลอด ดังนั้น  $S_3 = \{0, 1, 2, 3, \dots, 1000\}$
- 4) เนื่องจากลูกปิงปองที่อยู่ในกล่องมีสองสี คือ สีขาวและสีส้ม ดังนั้น  $S_4 = \{\text{สีขาว, สีส้ม}\}$

### ชิ้นงาน/ภาระงาน

1. ใบงานที่ 1 เรื่อง “ลูกเต๋าสองลูก”
2. ใบงานที่ 2 เรื่อง “การทดลองสุ่มคืออะไร”
3. ใบงานที่ 3 เรื่อง “การทดลองสุ่มมากมาย...หลากหลายผลลัพธ์”
4. ใบงานที่ 4 เรื่อง “ปริภูมิตัวอย่าง...แตกต่างกันแนวคิด”
5. แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม
6. แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง การหาปริภูมิตัวอย่าง

**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้** (รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด)

#### เตรียมความพร้อมก่อนเข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียนพร้อมกับชี้แจงเนื้อหาของบทเรียนเรื่องความน่าจะเป็นว่าประกอบไปด้วย 3 หัวข้อหลัก ได้แก่ 1) การทดลองสุ่ม 2) เหตุการณ์ และ 3) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
2. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานของนักเรียนเกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น ซึ่งประกอบไปด้วย หลักการบวก หลักการคูณ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด และการจัดหมู่

## เข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 การสร้างประสบการณ์





1. ครูนำลูกเต๋าหนึ่งลูกซึ่งประกอบด้วย 6 หน้า ให้นักเรียนสังเกตแต้มที่เกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋าทันทีครั้ง โดยครูถามนักเรียนว่า

คำถามที่ 1 : จากการโยนลูกเต๋าทันทีครั้ง แต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋ามีทั้งหมดกี่แบบ อะไรบ้าง

คำตอบ : แต้มที่เกิดขึ้นได้บนลูกเต๋ามีทั้งสิ้น 6 แบบ คือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

คำถามที่ 2 : นักเรียนบอกได้อย่างแน่นอนหรือไม่ว่า แต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าจะเป็นแบบใด

คำตอบ : ไม่สามารถบอกได้ว่าจะเกิดแต้มแบบใด

2. ครูนำลูกเต๋าสองลูกซึ่งประกอบด้วย 6 หน้า ให้นักเรียนสังเกตแต้มที่เกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน โดยครูให้นักเรียนโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกันคนละหนึ่งครั้ง โดยกำหนดให้คู่อันดับ (i, j) แทนแต้มที่ได้จากการโยนลูกเต๋าลูกที่ 1 และ 2 เมื่อลูกเต๋าลูกที่หนึ่งขึ้นแต้ม i และลูกเต๋าลูกที่ 2 ขึ้นแต้ม j ตามลำดับ จากนั้นครูเขียนแต้มที่ได้จากการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกันคนละครั้งบนกระดานยกตัวอย่างเช่น ถ้านักเรียนโยนลูกเต๋าดำได้แต้ม  กับ  ครูจะเขียนแทนด้วย (5, 3) และ ถ้านักเรียนโยนลูกเต๋าดำได้แต้ม  กับ  ครูจะเขียนแทนด้วย (6, 6) เป็นต้น

3. เมื่อนักเรียนโยนลูกเต๋าสองลูกครบทุกคนแล้ว จากนั้นครูให้นักเรียนพิจารณาแต้มที่ได้จากการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน ครูถามนักเรียนว่า “แต้มที่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้งหมดจากการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน มีอะไรบ้าง”

### ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ประสบการณ์

4. ครูแจกใบงานที่ 1 เรื่อง “แต้มบนลูกเต๋าสองลูก” ตอนที่ 1 โดยให้นักเรียนเขียนคำตอบแต้มที่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้งหมดจากการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน จากนั้นครูถามนักเรียนว่า

คำถามที่ 1 : จากการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน แต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าสองลูกมีทั้งหมดกี่แบบ อะไรบ้าง

คำตอบ : แต้มที่เกิดขึ้นได้บนลูกเต๋าสองลูกมีทั้งสิ้น 36 แบบ คือ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) และ (6, 6)

คำถามที่ 2 : นักเรียนบอกได้อย่างแน่นอนหรือไม่ว่า แต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าสองลูกจะเป็นแบบใด

คำตอบ : ไม่สามารถบอกได้ว่าจะเกิดแต้มแบบใด

### ขั้นที่ 3 การพัฒนาประสบการณ์เป็นความคิดรวบยอด

5. ครูถามนักเรียนเพิ่มเติมว่า “ในการโยนลูกเต๋าทั้งสองลูกพร้อมกันหนึ่งครั้ง ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทิ้งสองเป็นอะไรได้บ้าง” ตัวอย่างเช่น นักเรียนโยนลูกเต๋าคือ (3, 5) ผลบวกของแต้มเท่ากับ 8 เป็นต้น ครูให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในใบงานที่ 1 เรื่อง “แต้มบนลูกเต๋าทิ้งสอง” ตอนที่ 2 โดยให้นักเรียนเขียนคำตอบที่เป็นผลบวกของแต้มจากการโยนลูกเต๋าทิ้งสองลูกพร้อมกันหนึ่งครั้ง จากนั้นครูถามนักเรียนว่า

คำถามที่ 1 : จากการโยนลูกเต๋าทิ้งสองลูกพร้อมกัน ผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสองลูกมีทั้งหมดกี่แบบ อะไรบ้าง และนักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจำนวนเหล่านั้น คือ ผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสองลูกที่เป็นไปได้ทั้งหมด

คำตอบ : ผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นได้มีทั้งสิ้น 11 แบบ คือ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 เนื่องจากแต้มต่ำสุดของลูกเต๋า คือ 1 จึงทำให้ผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสองลูก 2 ไม่น้อยกว่า 2 ในขณะที่แต้มสูงสุดของลูกเต๋า คือ 6 จึงทำให้ผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสองลูกไม่เกิน 12 ดังนั้นผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสองลูกมีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 12 โดยที่

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 2 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (1, 1)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 3 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (1, 2) หรือ (2, 1)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 4 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (1, 3) (2, 2) หรือ (3, 1)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 5 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (1, 4) (2, 3) (3, 2) หรือ (4, 1)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 6 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (1, 5) (2, 4) (3, 3) (4, 2) หรือ (5, 1)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 7 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (1, 6) (2, 5) (3, 4) (4, 3) (5, 2) หรือ (6, 1)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 8 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (2, 6) (3, 5) (4, 4) (5, 3) หรือ (6, 2)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 9 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (3, 6) (4, 5) (5, 4) หรือ (6, 3)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 10 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (4, 6) (5, 5) หรือ (6, 4)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 11 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (5, 6) หรือ (6, 5)

ผลบวกของแต้มเท่ากับ 12 ถ้าแต้มที่ได้จากโยนลูกเต๋า คือ (6, 6)

คำถามที่ 2 : นักเรียนบอกได้อย่างแน่นอนหรือไม่ว่า ผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสองลูกจะเป็นจำนวนใด

คำตอบ : ไม่สามารถบอกได้ว่าผลบวกคือจำนวนใด

6. ครูอธิบายนักเรียนว่า การโยนลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง ถ้าสิ่งที่สนใจคือแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสอง เราทราบว่าแต้มที่เกิดขึ้นเป็นแต้มใดได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอนว่าจะเกิดแต้มใด เช่นเดียวกัน ถ้าสิ่งที่สนใจคือผลบวกของแต้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสอง เราทราบว่าผลบวกที่

เกิดขึ้นเป็นจำนวนใดได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอนว่าจะเป็นจำนวนใด เราจะเรียก การโยนลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้งนี้เป็น “การทดลองสุ่ม” ในทำนองเดียวกัน เราจะเรียก การโยนลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้งในข้อ 1 ว่า “การทดลองสุ่ม”

7. ครูยกตัวอย่างถามนักเรียนเพิ่มเติมว่า

คำถามที่ 1 : ในการออกสลากกินแบ่งรัฐบาลเลขท้ายสองตัว นักเรียนคิดว่าเลขที่ออกจะเป็นเลขใดได้บ้าง

คำตอบ : เลขท้ายสองตัวที่ออกอาจเป็นเลข 00 01 02 ... 97 98 หรือ 99

คำถามที่ 2 : นักเรียนสามารถบอกได้อย่างแน่นอนหรือไม่ว่าเลขที่ออกจะเป็นเลขใด

คำตอบ : ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอน

ครูอธิบายนักเรียนว่า การออกสลากกินแบ่งรัฐบาลเลขท้ายสองตัวนั้น เราสามารถทราบว่าเลขท้ายสองตัวที่ออกอาจเป็นเลข 00 01 02 ... 97 98 หรือ 99 เท่านั้น แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอนว่าจะออกเลขใดในเลขเหล่านั้น เราจะเรียกการออกสลากกินแบ่งรัฐบาลเลขท้ายสองตัวนี้เป็น “การทดลองสุ่ม”

8. ครูแจกใบงานที่ 2 เรื่อง “การทดลองสุ่มคืออะไร” ให้นักเรียนแต่ละคน โดยครูให้นักเรียนทำตอนที่ 1 ซึ่งเป็นการเขียนความหมายของการทดลองสุ่ม จากข้อมูลและประสบการณ์ที่ได้เรียนรู้เมื่อนักเรียนเขียนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มเลือกตัวแทนนักเรียนออกมาบอกความหมายของการทดลองสุ่มหน้าชั้นเรียนโดยครูคอยแนะนำเพิ่มเติม

#### **ขั้นที่ 4 การพัฒนาความรู้ความคิด**

9. ครูให้นักเรียนทุกคนสรุปความหมายของการทดลองสุ่มจากการตอบคำถามของครูและจากการนำเสนอความหมายของการทดลองสุ่มหน้าชั้นเรียนของเพื่อน ซึ่งนักเรียนจะได้ข้อสรุปว่า “การทดลองสุ่ม คือการทดลองซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอนว่าในแต่ละครั้งที่ทดลอง ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไรในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้เหล่านั้น ” แล้วให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของความหมายของการทดลองสุ่มที่นักเรียนเขียนในใบงานที่ 2

10. ครูยกตัวอย่างสิ่งที่ไม่ใช่การทดลองสุ่มผ่านการตั้งคำถามต่อไปนี้

คำถามที่ 1 : การนำ 2 บวกกับ 3 เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่

คำตอบ : ไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะผลลัพธ์เท่ากับ 5 เพียงอย่างเดียวเท่านั้น

คำถามที่ 2 : การหาผลคูณของสองจำนวนเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่

คำตอบ : ไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะเราไม่ทราบว่าสองจำนวนนั้นคือจำนวนใด จึงไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่แน่นอนได้



11. ครูให้ความรู้เพิ่มเติมกับนักเรียนว่า การโยนลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แด้มที่เกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋าคือ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่มนี้ เรียกเซตของแด้มที่ปรากฏบนหน้าลูกเต๋าที่เป็นไปได้ทั้งหมดว่า “ปริภูมิตัวอย่าง” หรือ “แซมเปิลสเปซ” ครุยกตัวอย่างการหาปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่ม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาปริภูมิตัวอย่างของการโยนลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง เมื่อสนใจแด้มที่ปรากฏ

วิธีทำ เนื่องจากแด้มที่เกิดขึ้นได้บนลูกเต๋ามีทั้งสิ้น 6 แบบ คือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ดังนั้นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ คือ  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาปริภูมิตัวอย่างของการออกสลากกินแบ่งรัฐบาลเลขท้ายสองตัว เมื่อสนใจเลขที่ออก

วิธีทำ เนื่องจากเลขท้ายสองตัวที่ออกอาจเป็นเลข 00 01 02 ... 97 98 หรือ 99 ดังนั้นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ คือ  $\{00, 01, 02, \dots, 97, 98, 99\}$

12. ครูให้นักเรียนพิจารณาคำตอบในใบงานที่ 1 เรื่อง “แด้มบนลูกเต๋าทั้งสอง” ตอนที่ 1 และ 2 เพื่อใช้ในการตอบคำถามต่อไปนี้

คำถามที่ 1 : จงหาปริภูมิตัวอย่างของการโยนลูกเต๋าทองสองลูกพร้อมกัน เมื่อสนใจแด้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทองสองลูก

คำตอบ : เนื่องจากแด้มที่เกิดขึ้นได้บนลูกเต๋าทองสองลูกมีทั้งสิ้น 36 แบบ คือ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) และ (6, 6) ดังนั้นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ คือ  $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

คำถามที่ 2 : จงหาปริภูมิตัวอย่างของการโยนลูกเต๋าทองสองลูกพร้อมกัน เมื่อสนใจผลบวกของแด้มที่เกิดขึ้นบนลูกเต๋าทองสองลูก

คำตอบ : เนื่องจากผลบวกของแด้มที่เกิดขึ้นได้มีทั้งสิ้น 11 แบบ คือ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 ดังนั้นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ คือ  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

13. ครูให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบคำตอบของคำถามที่ 1 และ 2 พร้อมทั้งตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

คำถาม : ในการโยนลูกเต๋าทั้งสองลูกพร้อมกันหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่เราสนใจแตกต่างกัน เช่น สนใจแต้มที่ออกของลูกเต๋าทั้งสองลูก หรือสนใจผลบวกของแต้มที่ออกของลูกเต๋าทั้งสองลูก แล้ว ปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ควรมีลักษณะเช่นใด

คำตอบ : ปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่มที่ได้อาจแตกต่างกันตามผลลัพธ์ที่สนใจ ดังปรากฏในคำตอบของคำถามที่ 1 และ 2

14. ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “สำหรับแต่ละการทดลองสุ่ม ปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่ม อาจมีได้หลายปริณิบัติที่แตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่เราสนใจ”

15. ครูยกตัวอย่างการหาปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่มเพิ่มเติมให้กับนักเรียน ดังนี้  
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่มในแต่ละข้อต่อไปนี้

- 1) ทีมฟุตบอล ก ลงแข่งขันกับทีมฟุตบอล ข โดยสนใจผลการแข่งขันของทีม ก
- 2) โยนเหรียญหนึ่งเหรียญสี่ครั้ง โดยสนใจจำนวนครั้งที่ขึ้นหัว
- 3) ผลิตหลอดไฟ 1,000 หลอด ในเวลา 24 ชั่วโมง โดยสนใจจำนวนหลอดไฟที่เสียเมื่อผลิตครบ 24 ชั่วโมง
- 4) หยิบลูกปิงปองหนึ่งลูกออกจากถุงซึ่งบรรจุลูกปิงปองสีขาวและสีส้ม โดยสนใจว่าได้ลูก

ปิงปองสีใด

วิธีทำ ให้  $S_1, S_2, S_3$  และ  $S_4$  เป็นปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 1), 2), 3) และ 4) ตามลำดับ

1) เนื่องจากในการแข่งขันฟุตบอล ผลของการแข่งขันของทีม ก เป็นได้ 3 แบบ คือชนะ แพ้ หรือเสมอ ดังนั้น  $S_1 = \{\text{ชนะ, แพ้, เสมอ}\}$

2) เนื่องจากในการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญสี่ครั้ง จำนวนครั้งที่เหรียญจะขึ้นหัวอาจจะเป็น 0, 1, 2, 3 หรือ 4 ครั้ง ดังนั้น  $S_2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

3) เนื่องจากจำนวนหลอดไฟที่ผลิตได้ในเวลา 24 ชั่วโมง อาจจะไม่มียหลอดไฟที่เสีย หรือมีหลอดไฟที่เสีย 1, 2, 3, ..., 1000 หลอด ดังนั้น  $S_3 = \{0, 1, 2, 3, \dots, 1000\}$

4) เนื่องจากลูกปิงปองที่อยู่ในกล่องมีสองสีคือ สีขาวและสีส้ม ดังนั้น  $S_4 = \{\text{สีขาว, สีส้ม}\}$

16. ครูตั้งโจทย์ 2 ข้อ เพื่อให้ให้นักเรียนฝึกเขียนปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่ม ดังนี้  
โจทย์ข้อที่ 1 จงหาปริณิบัติตัวอย่างของการโยนเหรียญบาทสองเหรียญพร้อมกันหนึ่งครั้ง เมื่อสนใจหน้าบนเหรียญที่ปรากฏ

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริณิบัติตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ เนื่องจากหน้าบนเหรียญบาท เป็นได้ 2 แบบ คือ หัว และ ก้อย ดังนั้น  $S = \{(\text{หัว, หัว}), (\text{หัว, ก้อย}), (\text{ก้อย, หัว}), (\text{ก้อย, ก้อย})\}$

โจทย์ข้อที่ 2 จงหาปริภูมิตัวอย่างของการสุ่มหยิบตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว จากตัวอักษรภาษาอังกฤษทั้งหมด

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ เนื่องจากตัวอักษรภาษาอังกฤษมีทั้งหมด 26 ตัวอักษร จะได้  $S$  คือเซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษทั้งหมด นั่นคือ  $S = \{ A, B, C, \dots, Z \}$

17. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างของการทดลองสุ่มและหาปริภูมิตัวอย่างที่ได้จากการทดลองสุ่มนั้น จำนวน 3 ตัวอย่างลงในใบงานที่ 2 ตอนที่ 2 โดยใช้เวลาประมาณ 10 นาที จากนั้นครูตรวจสอบความถูกต้องในการทำใบงานของนักเรียนแต่ละคนและสุ่มนักเรียนเพื่อมานำเสนอตัวอย่างที่บันทึกลงในใบงานของตนเองหน้าชั้นเรียน

#### **ขั้นที่ 5 การปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้**

18. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างการทดลองที่เป็นการทดลองสุ่มและเขียนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนั้น ให้ความหลากหลายและได้จำนวนมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 3 เรื่อง “การทดลองสุ่มมากมาย...หลากหลายผลลัพธ์”

#### **ขั้นที่ 6 การสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเอง**

19. ครูกำหนดการทดลองสุ่มขึ้นมาหนึ่งสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ ให้ความหลากหลายและได้จำนวนแนวคิดมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 4 เรื่อง “ปริภูมิตัวอย่าง...แตกต่างแนวคิด”

20. จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละคนเลือกแนวคิดของตนเอง ในการหาปริภูมิตัวอย่างในใบงานที่ 4 เรื่อง “ปริภูมิตัวอย่าง...แตกต่างแนวคิด” มาหนึ่งแนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด

#### **ขั้นที่ 7 การวิเคราะห์ผลงานและแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้**

21. ครูสุ่มเลือกแนวคิดของนักเรียนที่จัดทำในใบงานที่ 4 เรื่อง “ปริภูมิตัวอย่าง...แตกต่างแนวคิด” มานำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมกันแสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดดังกล่าว เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการปรับปรุงพัฒนาแนวคิดให้สมบูรณ์ขึ้น

#### **ขั้นที่ 8 ชั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด**

22. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เรื่องการทดลองสุ่มและการหาปริภูมิตัวอย่าง

23. ครูยกตัวอย่าง การโยนลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง ซึ่งมีผลลัพธ์ของแต้มที่เป็นไปได้คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 และตั้งคำถามนักเรียนดังนี้

คำถามที่ 1 : จากการโยนลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้งข้างต้น ถ้าเราสนใจผลลัพธ์ของแต้มที่มากกว่า 4 จะมีผลลัพธ์เป็นแต้มใดบ้าง

คำตอบ : ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือ 5 และ 6

คำถามที่ 2 : จากการโยนลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้งข้างต้น ถ้าเราสนใจผลลัพธ์ของแต้มที่เป็นจำนวนคู่ จะมีผลลัพธ์เป็นแต้มใดได้บ้าง

คำตอบ : ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือ 2, 4 และ 6

คำถามที่ 3 : นักเรียนจะออกแบบคำถามเช่นไร เพื่อให้คำตอบของผลลัพธ์เป็น 1, 3 และ 5

คำตอบ : ถ้าเราสนใจผลลัพธ์ของแต้มที่เป็นจำนวนคี่ จะมีผลลัพธ์เป็นแต้มใดได้บ้าง

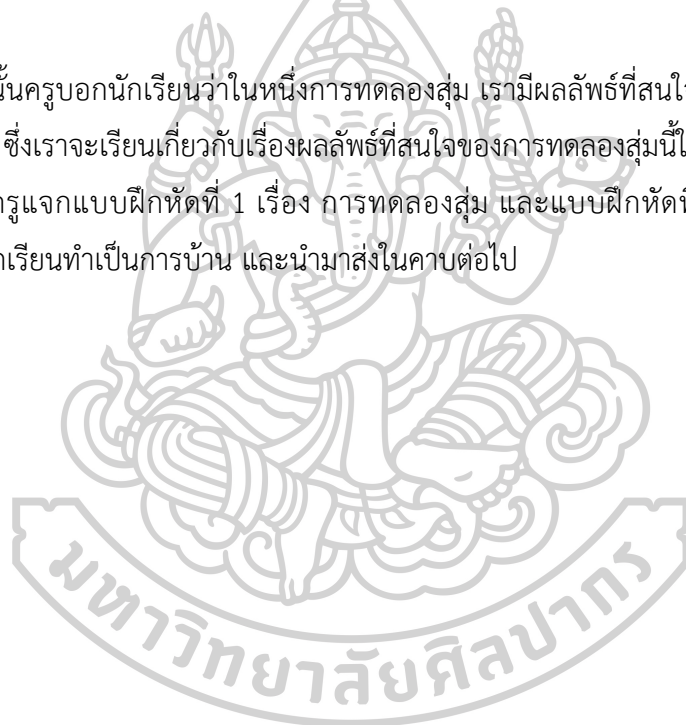
คำถามที่ 4 : นักเรียนยกตัวอย่างการออกแบบคำถามและคำตอบของผลลัพธ์ จากคำถามที่นักเรียนกำหนดไว้ด้วยตัวเอง

คำตอบ : เช่น ถ้าเราสนใจผลลัพธ์ของแต้มที่น้อยกว่า 4 คำตอบของผลลัพธ์คือ 1, 2, 3

ถ้าเราสนใจผลลัพธ์ของแต้มที่เป็นจำนวนเฉพาะ คำตอบของผลลัพธ์คือ 2, 3, 5 เป็นต้น

จากนั้นครูบอกนักเรียนว่าในหนึ่งการทดลองสุ่ม เรามีผลลัพธ์ที่สนใจได้หลายหลายจากการทดลองสุ่มนั้น ซึ่งเราจะเรียนเกี่ยวกับเรื่องผลลัพธ์ที่สนใจของการทดลองสุ่มนี้ในครั้งต่อไป

24. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม และแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง การหาปริภูมิตัวอย่าง ให้นักเรียนทำการบ้าน และนำมาส่งในคาบต่อไป



## การประเมินทักษะความคิดสร้างสรรค์

### เครื่องมือในการวัดประเมินผล

1. ใบงานที่ 3 “การทดลองสุ่มมากมายหลากหลายผลลัพธ์”
2. ใบงานที่ 4 “ปริภูมิตัวอย่าง...แตกต่างแนวคิด”

### วิธีการวัดประเมินผล

1. ครูตรวจคำตอบในใบงานที่ 3 และใบงานที่ 4 ของนักเรียนแต่ละคน นับจำนวนคำตอบที่ถูกต้อง เพื่อดูความคิดคล่อง
2. ครูนำคำตอบที่ถูกต้องในใบงานที่ 3 และใบงานที่ 4 ของนักเรียนทุกคน มาจัดประเภทของคำตอบเป็นกลุ่มคำตอบที่มีลักษณะเดียวกัน เพื่อดูความหลากหลายของคำตอบ
3. ครูตรวจคำตอบของมีนักเรียนว่าซ้ำกับคำตอบของคนอื่นจำนวนเท่าไร เพื่อดูความคิดริเริ่มที่แตกต่างไปจากคนอื่น

### เกณฑ์การวัดประเมินผล

#### 1. ด้านความคิดคล่อง

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

## 2. ด้านความคิดยืดหยุ่น

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	3
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	2
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

## 3. ด้านความคิดริเริ่ม

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นไม่เกินร้อยละ 3 ของนักเรียนทั้งหมด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 3 ไม่เกินร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 10 ไม่เกินร้อยละ 20 ของนักเรียนทั้งหมด	1
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 20 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด	0

**หมายเหตุ** ในกรณีของคำตอบที่ถูกต้องมีการซ้ำกับผู้อื่นมากกว่า 1 วิธี ในพิจารณาร้อยละการซ้ำกับผู้อื่น และเลือกให้คะแนนคำตอบที่มีร้อยละการซ้ำกับผู้อื่นน้อยที่สุด













### สื่อ/แหล่งเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
- ลูกเต๋า

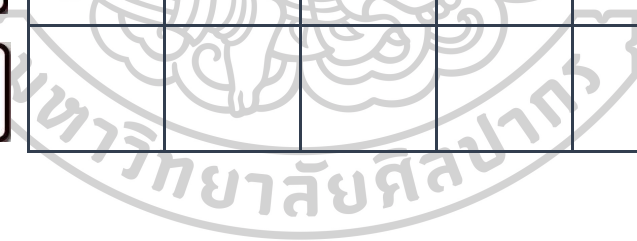
### ใบงานที่ 1 เรื่อง “แต้มบนลูกเต๋าทั้งสอง”

**ตอนที่ 1 คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนการเกิดแต้มของลูกเต๋ามาจากการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกันโดย  
เติมคำตอบลงในตารางด้านล่างนี้

แต้มที่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้งหมดจากการโยนลูกเต๋าลูกที่หนึ่ง

						
	(1, 1)	(2, 1)				
						
						
						
						
						

แต้มที่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้งหมดจากการโยนลูกเต๋าลูกที่สอง



**ตอนที่ 2 คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนผลบวกของแต้มบนลูกเต๋ารโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน โดยเติมคำตอบลงในตารางด้านล่างนี้

แต้มที่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้งหมดจากการโยนลูกเต๋าลูกที่หนึ่ง

+

●

●●

●●●

●●●●

●●●●●

●●●●●●

แต้มที่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้งหมดจากการโยนลูกเต๋าลูกที่

●	2	3				
●●						
●●●						
●●●●						
●●●●●						
●●●●●●						





## ใบงานที่ 2 เรื่อง “การทดลองสุ่มคืออะไร”

**ตอนที่ 1 คำชี้แจง** ให้นักเรียนอธิบายความหมายของการทดลองสุ่ม(random experiment)

การทดลองสุ่ม(random experiment)

ทดลองสุ่มนั้นจำนวน 3 ตัวอย่าง

ตัวอย่างการทดลองสุ่ม และปริภูมิตัวอย่างที่ได้จากการทดลองสุ่ม

ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 3

## ใบงานที่ 3 “การทดลองสุ่มมากมาย...หลากหลายผลลัพธ์”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนยกตัวอย่างการทดลองที่เป็นการทดลองสุ่มและเขียนปริญญิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนั้น ให้ได้จำนวนการทดลองสุ่มมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที

1).....

.....

.....

2).....

.....

.....

3).....

.....

.....

4).....

.....

.....

5).....

.....

.....

6).....

.....

.....

7).....

.....

.....

8).....

.....

## ใบงานที่ 4 “ปริภูมิตัวอย่าง...แตกต่างแนวคิด”

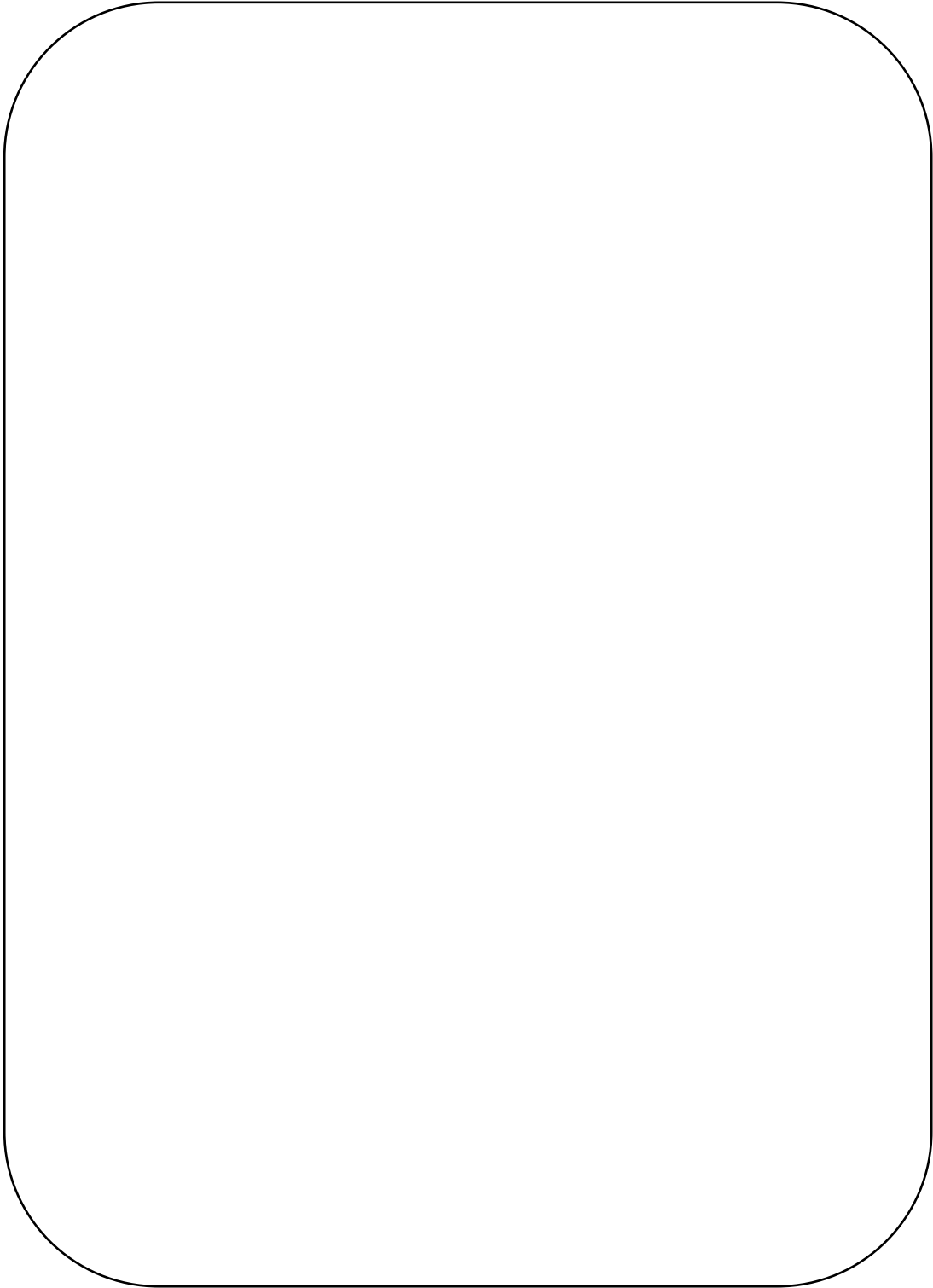
**คำชี้แจง** 1. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดการหาปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด โดยใช้เวลา 15 นาที

หยิบลูกบอล 2 ลูก จากถุงใบหนึ่งที่มีลูกบอลสีแดง 3 ลูก และลูกบอลสีขาว 2 ลูก

แนวคิด 1

แนวคิด 2

2. ให้นักเรียนเลือกแนวคิดการหาปริภูมิตัวอย่างมา 1 แนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด



## แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม

จงพิจารณาว่าการทดลองต่อไปนี้เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) การโยนเหรียญขึ้นไปในอากาศ

.....

.....

.....

2) การทอดลูกเต๋าลงในถ้วย

.....

.....

.....

3) การนำ 2 ไปบวกกับ 3

.....

.....

.....

4) การเล่นเป่ายางฉุบ

.....

.....

.....

5) การนำจำนวนคู่คูณกับจำนวนคี่

.....

.....

.....

6) การหาผลคูณของจำนวน 2 จำนวน

.....

.....

.....

## แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง การหาปริภูมิตัวอย่าง

จงเขียนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) ทหีบลูกอม 1 เม็ด จากถุงซึ่งบรรจุลูกอมรสส้ม รสอู่น รสมะนาว และรสกาแฟ โดยสนใจว่าได้ลูกอมรสใด

.....

.....

.....

2) ภาควิชาทำข้อสอบแบบถูกผิด 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน โดยสนใจคะแนนสอบของภาควิชา

.....

.....

.....

3) ทีมวอลเลย์บอลหญิงไทยลงแข่งขัน 2 นัด โดยสนใจผลการแข่งขัน

.....

.....

.....

4) ทอดลูกเต๋าสามลูกหนึ่งครั้ง โดยสนใจผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสาม

.....

.....

.....

5) นิทานมีพัทลมไฉ่ขาย 5 เครื่อง โดยสนใจจำนวนพัทลมที่นิทานขายได้

.....

.....

.....



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัสวิชา ค31102
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความน่าจะเป็น		
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เหตุการณ์		
ผู้สอน นางสาวยุวดี แซ่เอี้ยว		เวลา 2 ชั่วโมง

### มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้  
ตัวชี้วัด ค 3.2 ม.4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้ (K)

1. นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับความหมายของเหตุการณ์
2. นักเรียนสามารถหาเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

#### ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

นักเรียนมีทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

### สาระสำคัญ

- เหตุการณ์

### สาระการเรียนรู้

ในการทดลองสุ่ม เช่น การโยนลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง เมื่อสนใจแต้มที่ได้ ปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มคือ  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ถ้าสนใจเฉพาะผลลัพธ์ของแต้มที่ได้มากกว่า 4 จะได้ว่าผลลัพธ์ที่สนใจ คือ 5 และ 6 โดยจะเรียกเซตของผลลัพธ์ที่สนใจจากการทดลองสุ่มว่า เหตุการณ์

(event) ถ้าให้  $E$  คือเหตุการณ์ในตัวอย่างนี้ จะได้ว่า  $E = \{5, 6\}$  จะเห็นว่า  $E$  เป็นสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง  $S$

**บทนิยาม** เหตุการณ์ คือ สับเซตของปริภูมิตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 ในการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือแต้มที่ได้ จงหา

- 1) ปริภูมิตัวอย่าง
- 2) เหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว
- 3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4
- 4) เหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 6
- 5) เหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 0

- วิธีทำ
- 1) ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ จะได้  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - 2) ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้  $E_1 = \{3, 6\}$
  - 3) ให้  $E_2$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4 จะได้  $E_2 = \{1, 2, 3\}$
  - 4) ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 6 จะได้  $E_3 = \emptyset$
  - 5) ให้  $E_4$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 0 จะได้  $E_4 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$

ข้อสังเกต จากข้อ 4) และ 5) จะได้ว่า เซตว่างและปริภูมิตัวอย่างเป็นเหตุการณ์

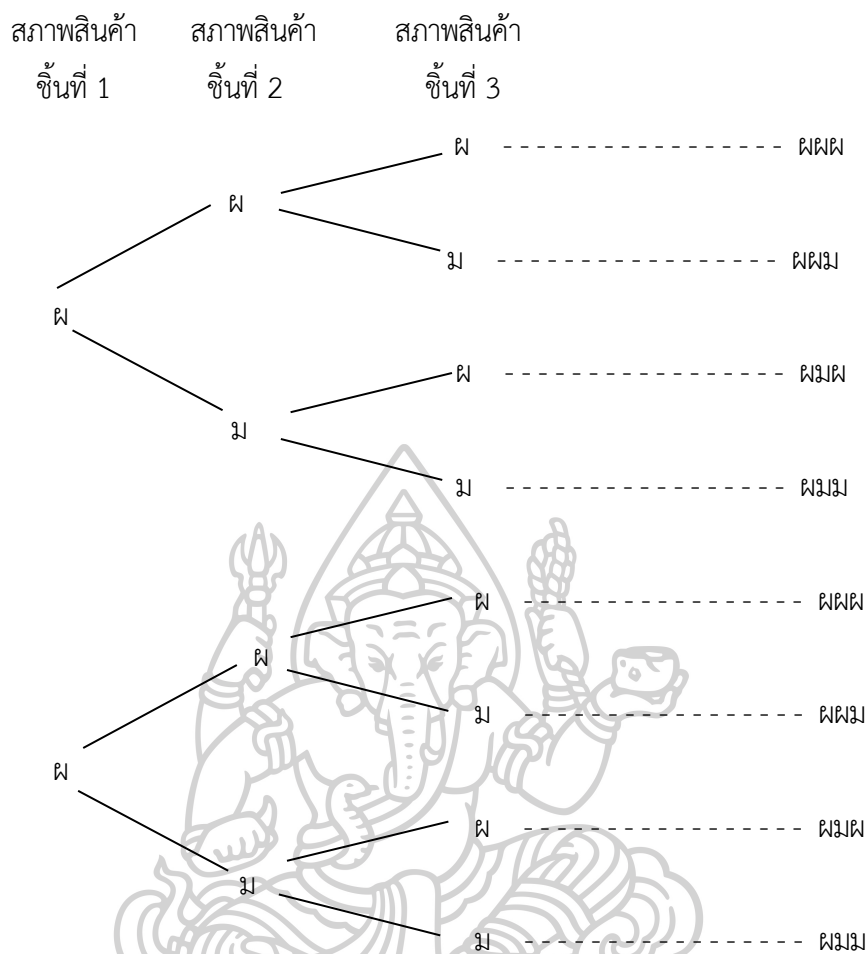
ตัวอย่างที่ 2 ในการตรวจสอบสภาพของสินค้าชนิดหนึ่ง โดยการหยิบขึ้นมาตรวจทีละชิ้นรวม 3 ชิ้น ซึ่งผลลัพธ์ที่สนใจคือ ผลการตรวจสอบสภาพของสินค้าทั้งสามชิ้นว่า ผ่านหรือไม่ผ่านมาตรฐาน จงหา

- 1) ปริภูมิตัวอย่าง
- 2) เหตุการณ์ที่มีสินค้าผ่านมาตรฐานอย่างน้อย 2 ชิ้น

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

ให้สินค้าที่ผ่านมาตรฐานแทนด้วย “ผ” และสินค้าที่ไม่ผ่านมาตรฐานแทนด้วย “ม” สามารถเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ของการตรวจสอบสภาพสินค้าทั้งสามชิ้น ได้ดังนี้





1) จากแผนภาพ จะได้  $S = \{\text{ผผผ, ผผม, ผมผ, ผมม, มผผ, มผม, มมผ, มมม}\}$

2) ให้ E แทนเหตุการณ์ที่มีสินค้าผ่านมาตรฐานอย่างน้อย 2 ชั้น จะได้  $E = \{\text{ผผผ, ผผม, ผมผ, มผผ}\}$

จากตัวอย่างข้างต้น ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือ จำนวนชั้นที่ไม่ผ่านมาตรฐาน โดยไม่สนใจว่าเรียงลำดับอย่างไร จะได้ว่า ปริภูมิตัวอย่าง คือ  $S = \{0, 1, 2, 3\}$

ตัวอย่างที่ 3 ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือหน้าของเหรียญและแต้มบนหน้าลูกเต๋า จงหา

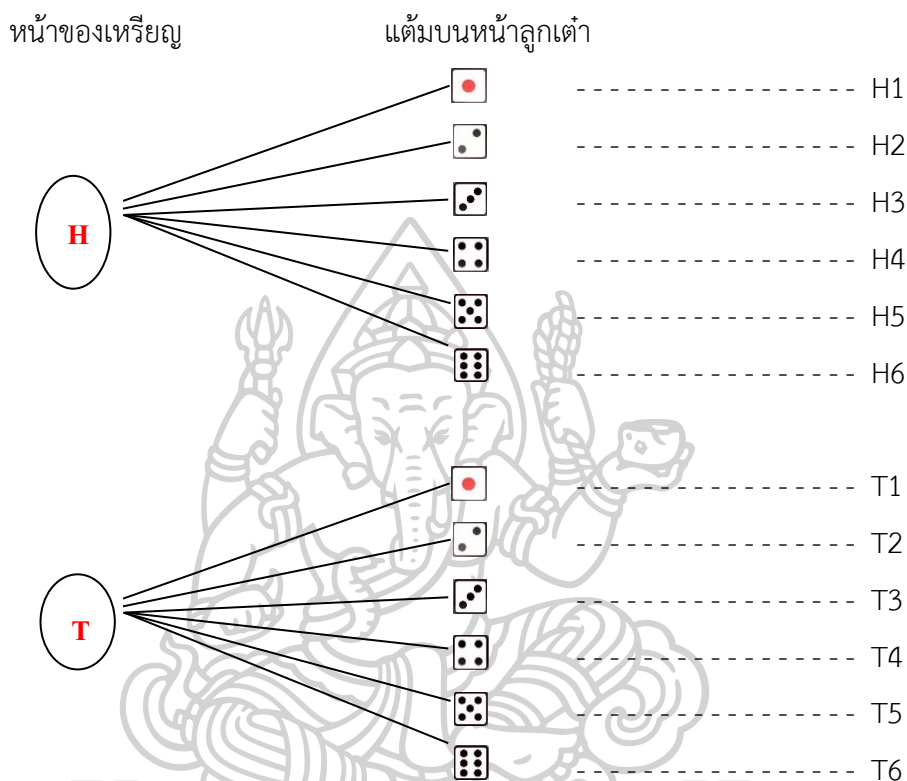
- 1) ปริภูมิตัวอย่าง
- 2) เหตุการณ์ที่ได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคู่
- 3) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว
- 4) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 6

วิธีทำ ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

H แทนเหรียญขึ้นหัว

T แทนเหรียญขึ้นก้อย

สามารถเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มได้ดังนี้



โดยที่สัญลักษณ์  $H_i$  หมายถึง เหรียญขึ้นหัวและลูกเต๋ารับแต้ม  $i$  และสัญลักษณ์  $T_i$  หมายถึง เหรียญขึ้นก้อยและลูกเต๋ารับแต้ม  $i$  เมื่อ  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- 1) จากแผนภาพ จะได้  $S = \{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6\}$
- 2) ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มบนหน้าลูกเต๋ารับเป็นจำนวนคู่ จะได้  $E_1 = \{H_2, H_4, H_6, T_2, T_4, T_6\}$
- 3) ให้  $E_2$  แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว จะได้  $E_2 = \{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6\}$
- 4) ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋ารับเป็น 6 จะได้  $E_3 = \{T_6\}$

### ชิ้นงาน/ภาระงาน

1. ใบงานที่ 5 เรื่อง “เกมรูเล็ต”
2. ใบงานที่ 6 เรื่อง “เหตุการณ์”
3. ใบงานที่ 7 “สร้างสรรค์เหตุการณ์”

4. ใบงานที่ 8 “เหตุการณ์นี้ คิดอย่างไรได้บ้าง”

5. แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง เหตุการณ์

**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้** (รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด)

**เตรียมความพร้อมก่อนเข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้**

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องการทดลองสุ่ม โดยให้สุ่มเลือกนักเรียนออกมาเฉลยการบ้านแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม และแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง การหาปริภูมิตัวอย่าง บนกระดานหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

**เข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้**

**ขั้นที่ 1 การสร้างประสบการณ์**

1. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับเกมที่นักเรียนสนใจหรือเคยเล่นเกี่ยวกับกติกาหรือวิธีการเล่นเกม นั้น ๆ

2. ครูบอกกับนักเรียนว่ามีหนึ่งเกมที่น่าสนใจและเราจะทดลองเล่นกัน นั่นคือ “เกมรูเล็ต” ครูนำอุปกรณ์การเล่นคือ วงล้อเกมรูเล็ต มาแสดงให้นักเรียนดูและอธิบายวิธีการเล่นให้นักเรียนฟัง ดังนี้

2.1) วงล้อรูเล็ต จะประกอบด้วยช่องจำนวน 37 ช่อง แต่ละช่องจะมีหมายเลข 0 – 36 วางเรียงกันไปตามรูปประกอบ โดยเริ่มจาก 0, 32, 15, 19, 4, 21, ..., 12, 35, 3, 26 ซึ่งแต่ละช่องจะมีสีกำกับ โดยช่องหมายเลข 0 จะมีสีเขียว ช่องหมายเลขที่เหลือจะมีสีแดงและสีดำสลับกันไป ดังรูป



2.2) กติกาการเล่นคือ ครูจะทำการหมุนวงล้อหนึ่งครั้ง ก่อนหมุนวงล้อครูให้นักเรียนทายว่าเมื่อหมุนวงล้อ 1 ครั้ง แล้วเข็มจะหยุดตรงกับช่องรูปแบบใด โดยมีการทายได้ 4 รูปแบบ คือ 1) ทายว่าออกเลขคู่สีดำ 2) ทายว่าออกเลขคี่สีดำ 3) ทายว่าออกเลขคู่สีแดง และ 4) ทายว่าออกเลขคี่สีแดง แต่ถ้าหากออกที่ช่องหมายเลข 0 ให้เริ่มหมุนวงล้อใหม่ นักเรียนคนใดทายได้ถูกต้อง ครูจะให้คะแนนหนึ่งแต้ม และนักเรียนคนใดทายไม่ถูกต้องจะลบหนึ่งแต้ม

2.3) ครูทดสอบนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการเล่น โดยถามนักเรียน ดังนี้

คำถามที่ 1 : ถ้าหมุนวงล้อแล้วเข็มหยุดตรงกับช่องหมายเลข 24 การทายรูปแบบใดจึงจะ  
ได้แต้ม

คำตอบ : ทายว่าออกเลขคู่สีดำ

คำถามที่ 2 : ถ้าหมุนวงล้อแล้วเข็มหยุดตรงกับช่องหมายเลข 5 การทายรูปแบบใดจึงจะได้  
แต้ม

คำตอบ : ทายว่าออกเลขคี่สีแดง

คำถามที่ 3 : ถ้าหมุนวงล้อแล้วเข็มหยุดตรงกับช่องหมายเลข 0 หมายความว่าอย่างไร

คำตอบ : ให้เริ่มหมุนวงล้อใหม่

3. เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในวิธีการเล่นได้ถูกต้องทุกคนแล้ว ครูเริ่มเกมให้นักเรียนทายและ  
หมุนวงล้อตามกติกา ครูหมุนวงล้อไปเรื่อย ๆ ประมาณ 10 – 15 ครั้ง แต่ละครั้งที่หมุนครูให้นักเรียน  
บันทึกข้อมูลผลของการหมุนวงล้อว่าออกหมายเลขใด ลงในใบงานที่ 5 เกมรูเล็ต

## ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ประสบการณ์

4. จากการสังเกตและจดบันทึกข้อมูลในใบงานที่ 5 เกมรูเล็ต ครูให้นักเรียนใช้ความรู้เดิม  
เขียนปริภูมิตัวอย่างของการหมุนวงล้อรูเล็ตหนึ่งครั้ง

คำถาม : ปริภูมิตัวอย่างของการหมุนวงล้อรูเล็ตหนึ่งครั้ง โดยสนใจหมายเลขที่ได้จากการ  
หมุน คือเซตใด

คำตอบ : ปริภูมิตัวอย่าง คือ  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 36\}$

จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละคนเขียนหมายเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทายทั้ง 4 รูปแบบ จาก  
คำถาม ดังต่อไปนี้

คำถามที่ 1 : จากการหมุนวงล้อรูเล็ตหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหมายเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการ  
หมุนวงล้อซึ่งออกเป็นเลขคู่สีดำ แล้วเซตของหมายเลขทั้งหมดนี้ คือเซตใด

คำตอบ : เซตของหมายเลขทั้งหมด คือ  $\{2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}$

คำถามที่ 2 : จากการหมุนวงล้อรูเล็ตหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหมายเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการ  
หมุนวงล้อซึ่งออกเป็นเลขคี่สีแดง แล้วเซตของหมายเลขทั้งหมดนี้ คือเซตใด

คำตอบ : เซตของหมายเลขทั้งหมด คือ  $\{1, 3, 5, 7, 9, 19, 21, 23, 25, 27\}$

คำถามที่ 3 : จากการหมุนวงล้อรูเล็ตหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหมายเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการ  
หมุนวงล้อซึ่งอยู่ในช่องสีแดง แล้วเซตของหมายเลขทั้งหมดนี้ คือเซตใด

คำตอบ : เซตของหมายเลขทั้งหมด คือ  $\{1, 3, 5, 7, 9, 12, 14, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 36\}$

คำถามที่ 4 : จากการหมุนวงล้อรูเล็ตหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหมายเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการหมุนวงล้อซึ่งน้อยกว่า 0 แล้วเซตของหมายเลขทั้งหมดนี้ คือเซตใด

คำตอบ : เซตของหมายเลขทั้งหมด คือ  $\emptyset$

คำถามที่ 5 : จากการหมุนวงล้อรูเล็ตหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหมายเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการหมุนวงล้อซึ่งออกเป็นเลขคู่หรือเลขคี่ แล้วเซตของหมายเลขทั้งหมดนี้ คือเซตใด

คำตอบ : เซตของหมายเลขทั้งหมด คือ  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 36\}$

5. ครูบอกนักเรียนว่าเราเรียกแต่ละเซตของหมายเลขที่เป็นคำตอบของคำถามที่ 1 ถึงคำถามที่ 5 ว่า เหตุการณ์ของการทดลองสุ่ม จากนั้นครูตั้งคำถาม ดังนี้

คำถามที่ 1 : แต่ละเซตของหมายเลขที่เป็นคำตอบของคำถามที่ 1 ถึง คำถามที่ 5 มีความสัมพันธ์กับปริภูมิตัวอย่างหรือไม่ อย่างไร

คำตอบ : แต่ละเซตของหมายเลขที่เป็นคำตอบของคำถามที่ 1 ถึง คำถามที่ 5 เป็นสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง

คำถามที่ 2 : จากที่เราทราบว่าเซตของหมายเลขที่เป็นคำตอบของคำถามที่ 1 ถึง คำถามที่ 5 ถูกเรียกว่า เหตุการณ์ ดังนั้นเหตุการณ์จะมีความสัมพันธ์กับปริภูมิตัวอย่างอย่างไร

คำตอบ : เหตุการณ์ เป็นสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง

ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับเหตุการณ์เพิ่มเติม โดยกำหนดการทดลองสุ่ม ดังนี้

คำถามที่ 3 : จากการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหน้าของเหรียญ แล้วปริภูมิตัวอย่าง คือเซตใด

คำตอบ : ปริภูมิตัวอย่าง คือ  $\{\text{หัว, ก้อย}\}$

คำถามที่ 4 : จากการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหน้าของเหรียญ แล้วเหตุการณ์ที่ไม่ขึ้นหัว คือเซตใด

คำตอบ :  $\{\text{ก้อย}\}$

คำถามที่ 5 : จากการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหน้าของเหรียญ แล้วเหตุการณ์ที่ไม่ขึ้นก้อย คือเซตใด

คำตอบ :  $\{\text{หัว}\}$

คำถามที่ 6 : จากการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหน้าของเหรียญ แล้วเหตุการณ์ที่ขึ้นหัวหรือก้อย คือเซตใด

คำตอบ :  $\{\text{หัว, ก้อย}\}$

คำถามที่ 7 : จากการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจหน้าของเหรียญ แล้วเหตุการณ์ที่ขึ้นหัวและก้อยพร้อมกัน คือเซตใด

คำตอบ:  $\emptyset$

คำถามที่ 8 : จากการทดลองสุ่มนี้ จงหาความสัมพันธ์จำนวนของเหตุการณ์กับจำนวนของสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง

คำตอบ: จำนวนของเหตุการณ์เท่ากับจำนวนของสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง

ครูกล่าวกับนักเรียนว่า จากตัวอย่างข้างต้นพบว่าแต่ละสับเซตของปริภูมิตัวอย่างจะเป็นเหตุการณ์ของการทดลองสุ่ม

6. ครูให้นักเรียนสรุปความหมายของเหตุการณ์ ลงในใบงานที่ 6 เรื่อง “เหตุการณ์”

#### ขั้นที่ 4 การพัฒนาความรู้ความคิด

7. ครูสรุปความหมายของเหตุการณ์ว่า “เหตุการณ์ คือ เซตของผลลัพธ์ที่สนใจจากการทดลองสุ่ม” โดยเราให้บทนิยามสำหรับเหตุการณ์ว่า “เหตุการณ์ คือ สับเซตของปริภูมิตัวอย่าง”

8. ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับเหตุการณ์ของการทดลองสุ่ม ดังนี้  
ตัวอย่างที่ 1 ในการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือแต้มที่ได้ จงหา

- 1) ปริภูมิตัวอย่าง
- 2) เหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว
- 3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4
- 4) เหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 6
- 5) เหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 0

วิธีทำ 1) ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ จะได้  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
2) ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้  $E_1 = \{3, 6\}$   
3) ให้  $E_2$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มต่ำกว่า 4 จะได้  $E_2 = \{1, 2, 3\}$   
4) ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 6 จะได้  $E_3 = \emptyset$   
5) ให้  $E_4$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 0 จะได้  $E_4 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$

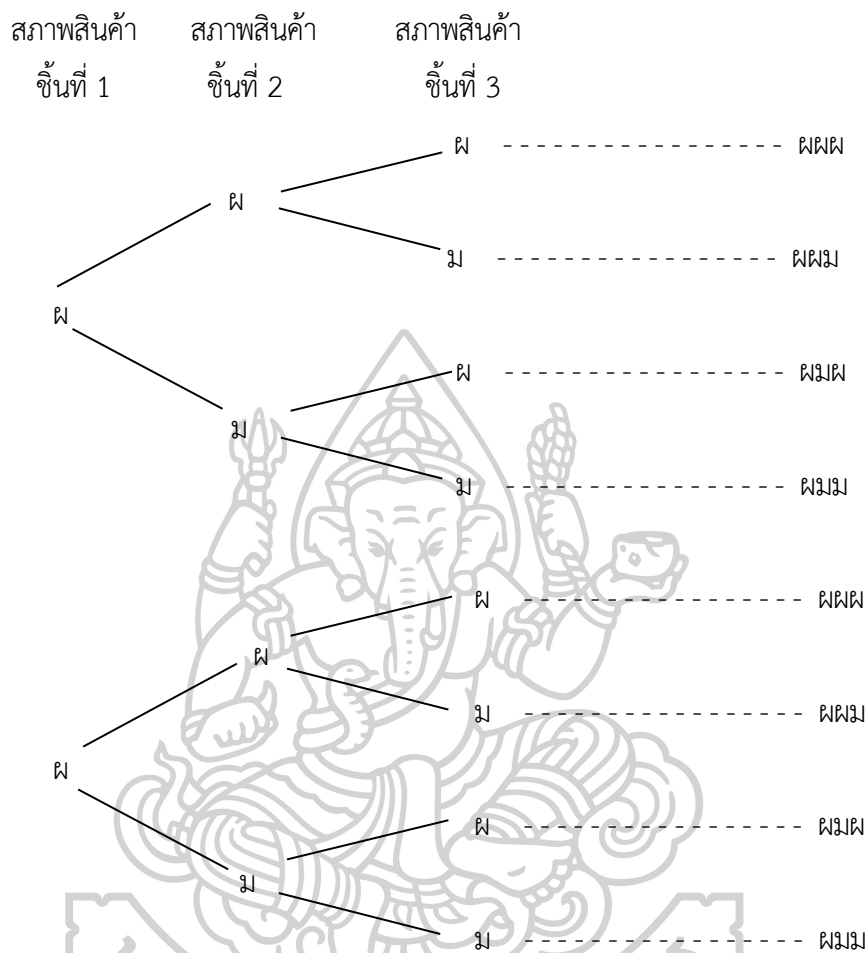
ข้อสังเกต จากข้อ 4) และ 5) จะได้ว่า เซตว่างและปริภูมิตัวอย่างเป็นเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 2 ในการตรวจสอบสภาพของสินค้าชนิดหนึ่ง โดยการหยิบขึ้นมาตรวจทีละชิ้นรวม 3 ชิ้น ซึ่งผลลัพธ์ที่สนใจคือ ผลการตรวจสอบสภาพของสินค้าทั้งสามชิ้นว่า ผ่านหรือไม่ผ่านมาตรฐาน จงหา

- 1) ปริภูมิตัวอย่าง
- 2) เหตุการณ์ที่มีสินค้าผ่านมาตรฐานอย่างน้อย 2 ชิ้น

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

ให้สินค้าที่ผ่านมาตรฐานแทนด้วย “ผ” และสินค้าที่ไม่ผ่านมาตรฐานแทนด้วย “ม” สามารถเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ของการตรวจสอบสภาพสินค้าทั้งสามชั้น ได้ดังนี้



- 1) จากแผนภาพ จะได้  $S = \{\text{ผผผ, ผผม, ผมผ, ผมม, มผผ, มผม, มมผ, มมม}\}$
- 2) ให้  $E$  แทนเหตุการณ์ที่มีสินค้าผ่านมาตรฐานอย่างน้อย 2 ชั้น จะได้  $E = \{\text{ผผผ, ผผม, ผมผ, มผผ}\}$

จากตัวอย่างข้างต้น ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือ จำนวนชั้นที่ไม่ผ่านมาตรฐาน โดยไม่สนใจว่าเรียงลำดับอย่างไร จะได้ว่า ปริภูมิตัวอย่าง คือ  $S = \{0, 1, 2, 3\}$

ตัวอย่างที่ 3 ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือหน้าของเหรียญและแต้มบนหน้าลูกเต๋า จงหา

- 1) ปริภูมิตัวอย่าง
- 2) เหตุการณ์ที่ได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคู่
- 3) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว

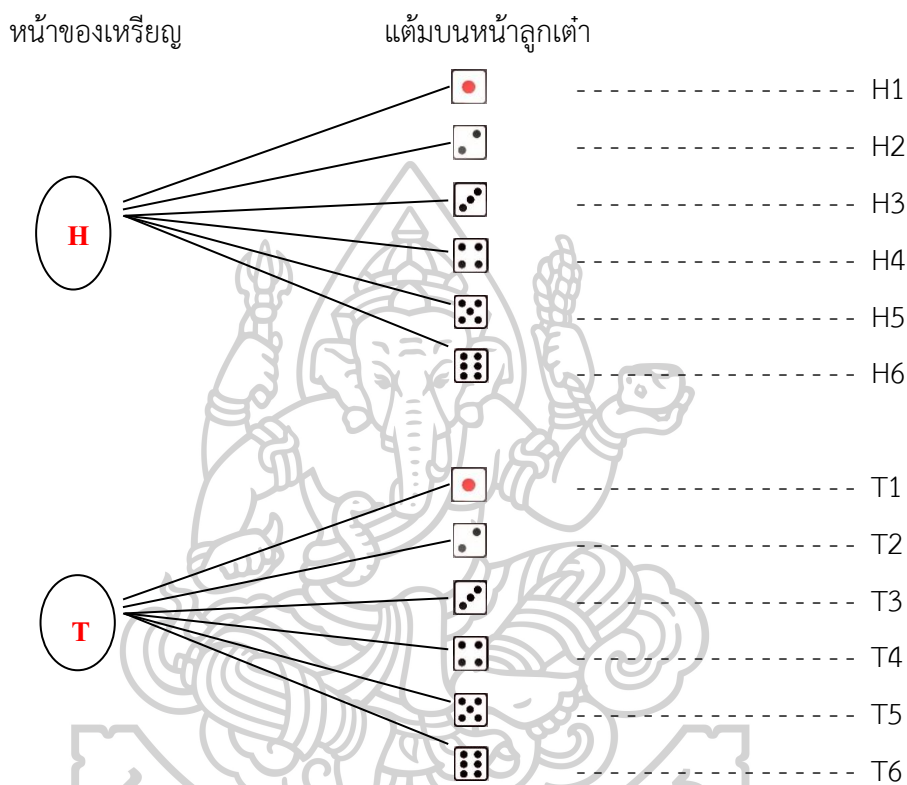
4) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 6

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$H$  แทนเหรียญขึ้นหัว

$T$  แทนเหรียญขึ้นก้อย

สามารถเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มได้ดังนี้



โดยที่สัญลักษณ์  $H_i$  หมายถึง เหรียญขึ้นหัวและลูกเต๋าชิ้นแต้ม  $i$  และสัญลักษณ์  $T_i$  หมายถึง เหรียญขึ้นก้อยและลูกเต๋าชิ้นแต้ม  $i$  เมื่อ  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

1) จากแผนภาพ จะได้  $S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$

2) ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มบนหน้าลูกเต๋ายเป็นจำนวนคู่ จะได้  $E_1 = \{H2, H4, H6, T2, T4, T6\}$

3) ให้  $E_2$  แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว จะได้  $E_2 = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6\}$

4) ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าคือ 6 จะได้  $E_3 = \{T6\}$

9. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 6 เรื่อง เหตุการณ์ ตอนที่ 2 โดยครูกำหนดการทดลองสุ่มหนึ่งสถานการณ์ ให้นักเรียนหาปริภูมิตัวอย่างที่ได้จากการทดลองสุ่มนั้น พร้อมทั้งกำหนดเหตุการณ์ที่สนใจจำนวน 3 เหตุการณ์จากการทดลองสุ่มและหาคำตอบ จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 3-4 คนนำเสนอใบงาน โดยนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนความคิดเห็น



### ขั้นที่ 5 การปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้

10. ครูให้นักเรียนกำหนดการทดลองสุ่มมาหนึ่งสถานการณ์ จากนั้นให้นักเรียนเขียนเหตุการณ์และหาค่าตอบของเหตุการณ์จากสถานการณ์ที่นักเรียนกำหนด ให้ได้จำนวนมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 7 “สร้างสรรค์เหตุการณ์”

### ขั้นที่ 6 การสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเอง

11. ครูกำหนดเหตุการณ์ของการทดลองสุ่มขึ้นมาหนึ่งสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาเหตุการณ์ของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ ให้ได้จำนวนแนวคิดมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 8 “เหตุการณ์นี้ คิดอย่างไรได้บ้าง”

12. จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละคนเลือกแนวคิดของตนเอง ในการหาเหตุการณ์ของการทดลองสุ่มในใบงานที่ 8 “เหตุการณ์นี้ คิดอย่างไรได้บ้าง” มาหนึ่งแนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด

### ขั้นที่ 7 การวิเคราะห์ผลงานและแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้

13. ครูสุ่มเลือกแนวคิดของนักเรียนที่จัดทำในใบงานที่ 8 “เหตุการณ์นี้ คิดอย่างไรได้บ้าง” มานำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมกันแสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดดังกล่าว เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการปรับปรุงพัฒนาแนวคิดให้สมบูรณ์ขึ้น

### ขั้นที่ 8 ชั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด

14. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เรื่องเหตุการณ์

15. ครูถามนักเรียน ดังนี้

คำถามที่ 1 : จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ของการทดลองสุ่มหนึ่งนั้น เท่ากันหรือไม่ และส่งผลต่อโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์อย่างไร

คำตอบ : จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ไม่เท่ากัน หากเหตุการณ์ใดมีจำนวนสมาชิกมาก โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์นั้นจะมีโอกาสเกิดขึ้นมากด้วย และหากเหตุการณ์ใดมีจำนวนสมาชิกน้อย โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์นั้นจะมีโอกาสเกิดขึ้นน้อยด้วย

ครูบอกกับนักเรียนว่า “ด้วยเหตุการณ์บางเหตุการณ์มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นมาก บางเหตุการณ์มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นน้อย หรือบางเหตุการณ์ไม่เกิดขึ้นเลย ในครั้งต่อไปเราศึกษาความเป็นไปได้ของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ”

16. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง เหตุการณ์ ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน และนำมาส่งในคาบต่อไป

## การประเมินทักษะความคิดสร้างสรรค์

### เครื่องมือในการวัดประเมินผล

1. ใบงานที่ 7 “สร้างสรรค์เหตุการณ์”
2. ใบงานที่ 8 “เหตุการณ์นี้ คิดอย่างไรได้บ้าง”

### วิธีการวัดประเมินผล

1. ครูตรวจคำตอบในใบงานที่ 7 และใบงานที่ 8 ของนักเรียนแต่ละคน นับจำนวนคำตอบที่ถูกต้อง เพื่อดูความคิดคล่อง
2. ครูนำคำตอบที่ถูกต้องในใบงานที่ 7 และใบงานที่ 8 ของนักเรียนทุกคน มาจัดประเภทของคำตอบเป็นกลุ่มคำตอบที่มีลักษณะเดียวกัน เพื่อดูความหลากหลายของคำตอบ
3. ครูตรวจคำตอบของมีนักเรียนว่าซ้ำกับคำตอบของคนอื่นจำนวนเท่าไร เพื่อดูความคิดริเริ่มที่แตกต่างไปจากคนอื่น

## การประเมินทักษะความคิดสร้างสรรค์

### ด้านความคิดคล่อง

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

### ด้านความคิดยืดหยุ่น

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	3
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	2
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

### ด้านความคิดริเริ่ม

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นไม่เกินร้อยละ 3 ของนักเรียนทั้งหมด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 3 ไม่เกินร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 10 ไม่เกินร้อยละ 20 ของนักเรียนทั้งหมด	1
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 20 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด	0

**หมายเหตุ** ในกรณีของคำตอบที่ถูกต้องมีการซ้ำกับผู้อื่นมากกว่า 1 วิธี ในพิจารณาร้อยละการซ้ำกับผู้อื่น และเลือกให้คะแนนคำตอบที่มีร้อยละการซ้ำกับผู้อื่นน้อยที่สุด

### สื่อ/แหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. วงล้อเกมรูเลต



## ใบงานที่ 6 เรื่อง “เหตุการณ์”

**ตอนที่ 1** คำชี้แจง ให้นักเรียนอธิบายความหมายของเหตุการณ์ (even)

เหตุการณ์ (even) คือ

ทดลองสุ่มนั้น พร้อมทั้งกำหนดเหตุการณ์ที่สนใจจำนวน 3 เหตุการณ์ เพื่อหาคำตอบ

กล่องใบหนึ่งบรรจุสลากอยู่ 5 ใบ ซึ่งมีหมายเลข 1, 2, 3, 4 และ 5 กำกับไว้ ถ้าสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยหยิบทีละใบและใส่คืนก่อนหยิบใบที่ 2

ปริภูมิตัวอย่าง คือ.....

.....

ตัวอย่างเหตุการณ์ที่ 1

ตัวอย่างเหตุการณ์ที่ 2

ตัวอย่างเหตุการณ์ที่ 3

การทดลองส้ม.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ปริภูมิตัวอย่าง คือ.....  
.....  
.....

กำหนดเหตุการณ์ที่สนใจเพื่อหาคำตอบ

1).....  
.....  
.....

2).....  
.....  
.....

3).....  
.....  
.....

4).....  
.....  
.....

5).....  
.....  
.....

6).....

7).....

8).....

9).....

10).....

11).....

12).....

13).....

14).....

## ใบงานที่ 8 “เหตุการณ์นี้ คิดอย่างไรได้บ้าง”

**คำชี้แจง** 1. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดการหาเหตุการณ์ของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด โดยใช้เวลา 15 นาที

สร้างจำนวนสามหลัก จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, และ 4 จงเขียนเหตุการณ์ที่ทำให้เกิดจำนวนคู่ โดยเลขโดดแต่ละหลักห้ามซ้ำกัน

แนวคิด1

แนวคิด2



2. ให้นักเรียนเลือกแนวคิดการหาเหตุการณ์มาหนึ่งแนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด

A large, empty rounded rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their explanation of a concept.

### แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง เหตุการณ์

1. ในการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญสองครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือหน้าของเหรียญ จงหา

1) ปริภูมิตัวอย่าง

.....

2) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวทั้งสองครั้ง

.....

3) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหน้าต่างกัน

.....

2. ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันหนึ่งครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือหน้าของเหรียญและแต้มบนหน้าลูกเต๋า จงหา

1) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคี่

.....

2) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคู่

.....

3) เหตุการณ์ที่แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว

.....

4) เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนที่หารด้วย 7 ลงตัว

.....

5) เหตุการณ์ที่แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนที่หารด้วย 7 ไม่ลงตัว

.....

3. จากการสุ่มหยิบบัตรสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเดียวกัน 2 ใบพร้อมกันจาก กล่องทึบซึ่งมีบัตรสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนหมายเลขกำกับไว้บัตรละหนึ่งหมายเลขคือ เลข 1, 2, 3, 4 และ 5 จงหา

1) เหตุการณ์ที่ได้บัตรทั้ง 2 ใบ มีหมายเลขซ้ำกัน

.....

2) เหตุการณ์ที่ได้บัตรทั้ง 2 ใบ มีหมายเลขเป็นเลขคี่

.....

3) เหตุการณ์ที่ได้บัตรทั้ง 2 ใบ มีหมายเลขเป็นเลขคู่ 1 ใบ และเลขคี่ 1 ใบ

.....

4) เหตุการณ์ที่ได้บัตรทั้ง 2 ใบ มีหมายเลขเรียงกัน

.....

4. จงเขียนจำนวนเลข 3 หลัก จากตัวเลข 2, 3, 5 จงหา

1) ปริภูมิตัวอย่าง

.....

2) เหตุการณ์ที่จำนวนสามหลักใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน

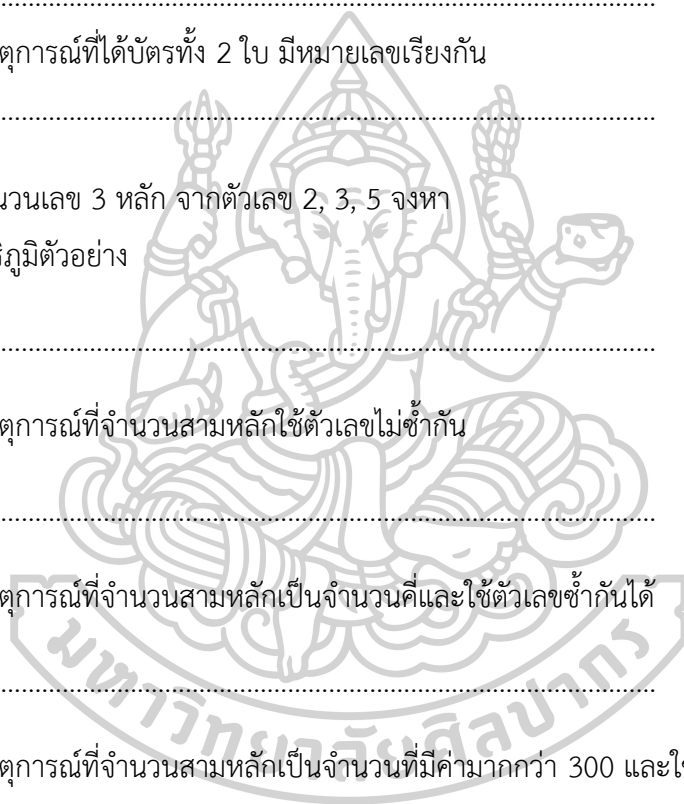
.....

3) เหตุการณ์ที่จำนวนสามหลักเป็นจำนวนคี่และใช้ตัวเลขซ้ำกันได้

.....

4) เหตุการณ์ที่จำนวนสามหลักเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า 300 และใช้ตัวเลขซ้ำกันได้

.....





### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์      รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน      รหัสวิชา ค31102  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4      ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความน่าจะเป็น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (1)

ผู้สอน นางสาวยุวดี แซ่เอี้ยว

เวลา 2 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม.4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K)

1. นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับความหมายของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
2. นักเรียนสามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้อย่างถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

นักเรียนมีทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

สาระสำคัญ

- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

สาระการเรียนรู้

ถ้าสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันแล้ว เรียกอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจและจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างว่า **ความน่าจะเป็น** (probability) ของเหตุการณ์

**บทนิยาม**

ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มซึ่งเป็นเซตจำกัด โดยสมาชิกทุกตัวของ  $S$  มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน และให้  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ  $S$  ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $E$  เขียนแทนด้วย  $P(E)$  โดยที่

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ  $n(E)$  แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์  $E$  และ  $n(S)$  แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง  $S$

ความน่าจะเป็น คือ จำนวนที่บอกให้ทราบว่า เหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด เช่น

1) ถ้า  $P(E) = 0$  จะได้ว่า เหตุการณ์  $E$  ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลยหรือเป็นไปได้ที่เหตุการณ์  $E$  จะเกิดขึ้น เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้ม 7 จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{0}{6} = 0$

2) ถ้า  $P(E) = 1$  จะได้ว่า เหตุการณ์  $E$  เกิดขึ้นอย่างแน่นอน เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{6}{6} = 1$

3) ถ้า  $P(E) = \frac{1}{2}$  จะได้ว่า โอกาสที่เหตุการณ์  $E$  เกิดหรือไม่เกิดมีเท่ากัน เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคู่จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4) ถ้า  $P(E_1) = \frac{1}{5}$  และ  $P(E_2) = \frac{2}{5}$  จะได้ว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์  $E_2$  เป็นสองเท่าของโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์  $E_1$

สรุปสมบัติของความน่าจะเป็นได้ดังนี้

1. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $E$  ใด ๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ นั่นคือ  $0 \leq P(E) \leq 1$
2. ความน่าจะเป็นของปริภูมิตัวอย่าง  $S$  คือ 1 นั่นคือ  $P(S) = 1$
3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่าง คือ 0 นั่นคือ  $P(\emptyset) = 0$

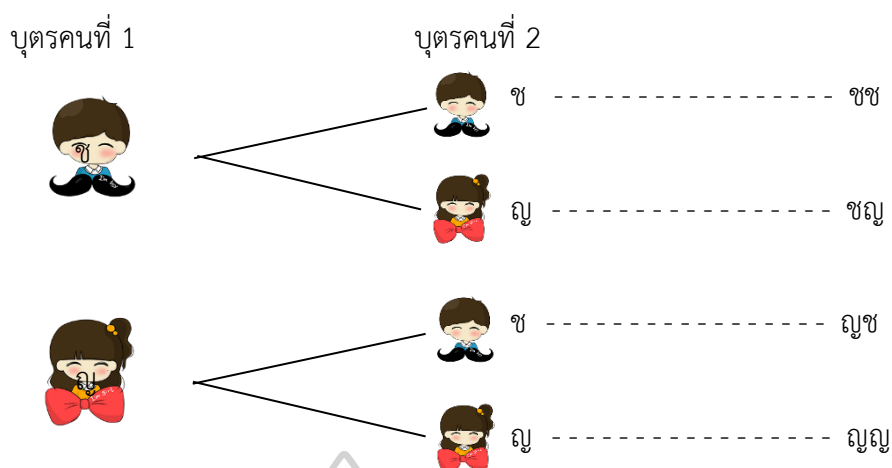
ตัวอย่างที่ 1 ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตรสองคนมาครอบครัวหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนี้

- 1) มีบุตรคนแรกเป็นชายและมีบุตรคนที่สองเป็นหญิง
- 2) มีบุตรชายอย่างน้อย 1 คน
- 3) ไม่มีบุตรชายเลย

วิธีทำ ให้  $E_1, E_2$  และ  $E_3$  เป็นเหตุการณ์ในข้อ 1), 2) และ 3) ตามลำดับ

ให้  $\chi$  แทนบุตรชาย และ  $\psi$  แทนบุตรหญิง

สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



ปริภูมิตัวอย่างในที่นี้ คือ  $S = \{\text{ชช, ชญ, ญช, ญญ}\}$  ดังนั้น  $n(S) = 4$

1) เนื่องจาก  $E_1 = \{\text{ชญ}\}$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{1}{4}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมี

บุตรคนแรกเป็นชาย และบุตรคนที่สองเป็นหญิงเท่ากับ  $\frac{1}{4}$

2) เนื่องจาก  $E_2 = \{\text{ชช, ชญ, ญช}\}$  จะได้  $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{3}{4}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่

ครอบครัวนี้จะมีบุตรชายอย่างน้อยหนึ่งคน เท่ากับ  $\frac{3}{4}$

3) เนื่องจาก  $E_3 = \{\text{ญญ}\}$  จะได้  $P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(S)} = \frac{1}{4}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะ

ไม่มีบุตรชายเลย เท่ากับ  $\frac{1}{4}$

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นวิธีการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยไม่ต้องเขียนแจกแจงสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 2 ในการทอดลูกเต๋าทิ้งตรงสองลูกหนึ่งครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่

1) ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10

2) ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

ในการทอดลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง ลูกเต๋าลูกแรกปรากฏผลได้ 6 วิธี และลูกเต๋าลูกที่สองปรากฏผลได้อีก 6 วิธี ดังนั้นจากหลักการคูณ จะได้  $n(S) = 6 \times 6 = 36$

ให้  $E_1$  และ  $E_2$  แทนเหตุการณ์ในข้อ 1) และ 2) ตามลำดับ

สังเกตว่า ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทิ้งสองหารด้วย 3 ลงตัว ก็ต่อเมื่อ ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทิ้งสองเท่ากับ 3, 6, 9 หรือ 12 ดังแสดงได้ตามตารางต่อไปนี้

ลูกที่ 2 แต้มลูกที่ 1	แต้ม	1	2	3	4	5	6
	1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	

1) จากตาราง จะเห็นว่า  $n(E_1) = 6$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10 คือ  $\frac{1}{6}$

2) จากตาราง จะเห็นว่า  $n(E_2) = 12$  จะได้  $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว เท่ากับ  $\frac{1}{3}$

ตัวอย่างที่ 3 ในการเลือกจำนวนสองจำนวนโดยไม่เจาะจงจาก  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  โดยเลือกทีละจำนวนและไม่ให้ซ้ำกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จากหลักการคูณ จะได้ว่า มีวิธีเลือกจำนวนสองจำนวนที่ไม่ซ้ำกันจาก  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

ทั้งหมด  $5 \times 4 = 20$  วิธี ดังนั้น  $n(S) = 20$

ให้  $E$  แทนเหตุการณ์ที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6 และจำนวนทั้งสองไม่ซ้ำกัน เราสามารถหาจำนวนสมาชิกของ  $E$  ได้ดังนี้

**ขั้นที่ 1** เลือกจำนวนแรกได้ 4 วิธี คือ เลือก 1 2 4 หรือ 5

**ขั้นที่ 2** ในแต่ละวิธีของขั้นที่ 1 จะมีวิธีเลือกจำนวนที่สองได้เพียง 1 วิธี ดังนี้

จำนวนที่หนึ่ง	1	2	4	5
จำนวนที่สอง	5	4	2	1

$$\text{ดังนั้น } n(E) = 4 \times 1 = 4 \text{ จะได้ } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6 เท่ากับ  $\frac{1}{5}$

### ชิ้นงาน/ภาระงาน

1. ใบงานที่ 9 เรื่อง “ความสัมพันธ์ของปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์”
2. ใบงานที่ 10 เรื่อง “ความน่าจะเป็นคืออะไร”
3. ใบงานที่ 11 “ความน่าจะเป็น...อยากเห็นตัวอย่าง”
4. ใบงานที่ 12 “ผลไม้ในตะกร้ากับ...ความน่าจะเป็น”
5. แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้** (รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด)

#### เตรียมความพร้อมก่อนเข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องเหตุการณ์ โดยให้สุ่มเลือกนักเรียนออกมาเฉลยการบ้านแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง เหตุการณ์ บนกระดานหน้าชั้นเรียน โดยให้นักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

#### เข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้

##### ขั้นที่ 1 การสร้างประสบการณ์

1. ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับโอกาสของการเกิดเหตุการณ์รอบตัว เช่น “นักเรียนคิดว่าเดือนนี้ฝนจะตกหรือไม่ เพราะเหตุใด” หรือ “ผลการสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะผ่านหรือไม่ เพราะเหตุใด” หรือ “ถ้าโยนเหรียญหนึ่งครั้งนักเรียนคิดว่าจะออกก้อยหรือหัว เพราะเหตุใด” เป็นต้น ซึ่งนักเรียนจะตอบตามประสบการณ์ที่เคยเกิดขึ้นมาแล้วของแต่ละคน

2. ครูกล่าวกับนักเรียนว่า ถ้าต้องการทราบว่าเหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด เช่น ในการโยนเหรียญที่เที่ยงตรงหนึ่งเหรียญหนึ่งครั้ง ถ้าเราอยากรู้ว่าโอกาสที่เหรียญจะขึ้นหัวมีเท่าใด วิธีหนึ่งที่จะหาคำตอบได้คือ ทำการทดลองสุ่มนั้นซ้ำหลาย ๆ ครั้ง สมมติว่าในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 100 ครั้ง ปรากฏว่าเหรียญขึ้นหัว 46 ครั้ง และขึ้นก้อย 54 ครั้ง จะได้ว่าโอกาสที่เหรียญจะขึ้นหัวเท่ากับ 46 ใน 100 และเมื่อทำการทดลองมากขึ้น เราจะได้โอกาสที่เหรียญจะขึ้นหัวก็จะน่าเชื่อถือมากขึ้น อย่างไรก็ตามวิธีนี้ไม่สามารถบอกได้แน่นอนว่าควรทำการทดลองสุ่มจำนวนกี่ครั้งจึงจะเหมาะสม เช่น 1,000 ครั้ง 2,000 ครั้ง หรือ 10,000 ครั้ง อีกทั้งการทดลองสุ่มหลาย ๆ ครั้ง ย่อมเสียเวลามากและไม่สะดวก เราจึงมีวิธีการหาโอกาสเกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่สนใจโดยใช้วิธีคำนวณ



### 3. ครูถามนักเรียนว่า

คำถาม : ในการโยนเหรียญที่เที่ยงตรงหนึ่งเหรียญหนึ่งครั้ง นักเรียนคิดว่าโอกาสที่เหรียญจะขึ้นหัวมีเท่าใด

คำตอบ : มีโอกาส 1 ใน 2

ครูบอกนักเรียนว่าวันนี้เราจะมาเล่นเกม “เหรียญน่าโชค” เพื่อหาผู้โชคดีทำ Jackpot แดก โดยผู้โชคดีจะได้รับรางวัลพิเศษจากครู จากนั้นครูอธิบายกติกาการเล่น เกม ดังนี้

1) ครูแจกเหรียญบาทแก่นักเรียนทุกคนคนละ 1 เหรียญ

2) ครูบอกขั้นตอนการเล่นกับนักเรียน ดังนี้

- ครูกำหนดจำนวนครั้งของการโยนเหรียญ

- ครูให้นักเรียนโยนเหรียญของตัวเอง โดยครูจะให้สัญญาณในการโยนเหรียญแต่ละครั้ง และโยนจนครบตามจำนวนที่กำหนด ซึ่งในแต่ละครั้งที่โยน ครูให้นักเรียนบันทึกหน้าตาที่ออกของเหรียญของตัวเองตามลำดับของการโยนเหรียญ เช่น ถ้าโยนเหรียญ 3 ครั้ง แล้วครั้งที่ 1 เหรียญออกหัว ครั้งที่ 2 เหรียญออกก้อย และครั้งที่ 3 เหรียญออกก้อย ให้นักเรียนบันทึกเป็น HTT เป็นต้น เมื่อกำหนดให้ H และ T แทนเหรียญออกหัวและก้อย ตามลำดับ

- ครูกำหนดเงื่อนไขของผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แดก เช่น เป็นผู้ที่โยนเหรียญออกหัวทุกครั้ง หรือเป็นผู้ที่ออกก้อย 2 ครั้ง จากการโยนทั้งหมด เป็นต้น

- ครูให้รางวัลผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แดก

### 4. เมื่อจบเกมครูถามนักเรียนว่า

คำถามที่ 1 : ถ้าครูกำหนดให้โยนเหรียญ 6 ครั้ง และผู้ที่ทำ Jackpot แดกคือผู้ที่โยนเหรียญออกหัวทุกครั้ง อยากทราบว่ามีโอกาสเท่าใดในการเป็นผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แดก

คำตอบ : มีโอกาส 1 ใน  $2^6$  หรือ 1 ใน 64 เพราะว่าหน้าของเหรียญมี 2 แบบ คือ หัวและก้อย จะได้ว่าการโยนเหรียญ 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี 2 วิธี และหากโยนเหรียญ 6 ครั้ง จากหลักการคูณจะได้ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี  $2^6$  วิธี เนื่องจากผลลัพธ์ที่หน้าของเหรียญจะออกหัวทุกครั้ง มี 1 วิธี ดังนั้นโอกาสที่จะโยนเหรียญออกหัวทุกครั้ง เท่ากับ 1 ใน  $2^6$  หรือ 1 ใน 64

คำถามที่ 2 : ถ้าครูกำหนดให้โยนเหรียญ 6 ครั้ง และผู้ที่ทำ Jackpot แดกคือผู้ที่โยนเหรียญออกหน้าเดียวกันทุกครั้ง อยากทราบว่ามีโอกาสเท่าใดในการเป็นผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แดก

คำตอบ : มีโอกาส 2 ใน  $2^6$  หรือ 2 ใน 64 เพราะว่าหน้าของเหรียญมี 2 แบบ คือ หัวและก้อย จะได้ว่าการโยนเหรียญ 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี 2 วิธี และหากโยนเหรียญ 6 ครั้ง จากหลักการคูณจะได้ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี  $2^6$  วิธี เนื่องจากผลลัพธ์ที่หน้าของเหรียญจะออกหน้าเดียวกันทุกครั้ง มีเพียง 2 วิธี คือ เหรียญออกหัวทุกครั้ง และ เหรียญออกก้อยทุกครั้ง ดังนั้นโอกาสที่จะโยนเหรียญออกหน้าเดียวกันทุกครั้ง เท่ากับ 2 ใน  $2^6$  หรือ 2 ใน 64

## ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ประสบการณ์

5. ครูกยกตัวอย่างการทดลองสุ่มที่สมาชิกของปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน ดังนี้

คำถามที่ 1 : ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรงสองลูกหนึ่งครั้ง กำหนดให้  $(i, j)$  แทน แด้มที่ขึ้นบนลูกเต๋าลูกที่ 1 และ 2 เมื่อลูกเต๋าลูกที่ 1 ขึ้นแต้ม  $i$  และลูกเต๋าลูกที่สองขึ้นแต้ม  $j$  ตามลำดับ ถ้าสนใจ แด้มที่ขึ้นบนลูกเต๋าทั้งสอง จงหาปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ โดยเขียนอยู่ในรูปเซตของคู่อันดับ

คำตอบ : ปริภูมิตัวอย่าง คือ  $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

คำถามที่ 2 : แต่ละสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นเป็นเท่าใด เพราะเหตุใด

คำตอบ : แต่ละสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากับ 1 ใน 36 ทั้งนี้เป็นเพราะว่าสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีทั้งหมด 36 ตัว และโอกาสที่จะเกิดแต่ละคู่อันดับ  $(i, j)$  มีเพียงหนึ่งวิธีเท่านั้น

ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “ในการทดลองสุ่มนี้ แต่ละสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างของคำถามที่ 1 มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน” จากนั้นครูยกตัวอย่างการทดลองสุ่มที่สมาชิกของปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้ไม่เท่ากัน ดังนี้

คำถามที่ 3 : ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรงสองลูกหนึ่งครั้ง ถ้าสนใจผลบวกของแต้มที่ขึ้นบนลูกเต๋าทิ้งสอง จงหาปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

คำตอบ : ปริภูมิตัวอย่าง คือ  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

คำถามที่ 4 : จงหาวิธีทั้งหมดที่ทำให้ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 2

คำตอบ : มี 1 วิธี คือ ลูกเต๋าทิ้งสองลูกขึ้นแต้ม 1

คำถามที่ 5 : จงหาวิธีทั้งหมดที่ทำให้ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 3

คำตอบ : มีทั้งหมด 2 วิธี ดังนี้

**วิธีที่ 1** ลูกเต๋าลูกที่ 1 ขึ้นแต้ม 1 และลูกเต๋าลูกที่ 2 ขึ้นแต้ม 2

**วิธีที่ 2** ลูกเต๋าลูกที่ 1 ขึ้นแต้ม 2 และลูกเต๋าลูกที่ 2 ขึ้นแต้ม 1

คำถามที่ 6 : การทอดลูกเต๋าที่ผลบวกของแต้มเป็น 2 มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นได้เท่ากับการทอดลูกเต๋าที่ผลบวกของแต้มเป็น 3 หรือไม่ อย่างไร

คำตอบ : ไม่เท่ากัน เพราะการทอดลูกเต๋าที่ผลบวกของแต้มเป็น 2 มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่ากับ 1 ใน 11 แต่การทอดลูกเต๋าที่ผลบวกของแต้มเป็น 3 โอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่ากับ 2 ใน 11

ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “โอกาสเกิดของสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างอาจเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้ แต่ในบทเรียนต่อไป เราจะศึกษาปริภูมิตัวอย่างซึ่งแต่ละสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันเท่านั้น สำหรับปริภูมิตัวอย่างแบบอื่น ๆ นักเรียนจะได้ศึกษาให้ระดับที่สูงขึ้นต่อไป”

6. เมื่อนักเรียนทราบแล้วว่า เราสนใจศึกษาแต่เฉพาะปริภูมิตัวอย่างซึ่งแต่ละสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันเท่านั้น จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ โดยกำหนดการทดลองสุ่มและตั้งคำถามนักเรียน ดังนี้

คำถามที่ 1 : จากเกมเหรียญนำโชค ถ้ากำหนดให้โยนเหรียญหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง โดยสนใจผลลัพธ์คือหน้าของเหรียญเรียงตามลำดับการโยน จงหาปริภูมิตัวอย่างของการโยนเหรียญ 4 ครั้ง พร้อมทั้งหาจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างนี้ เมื่อกำหนดให้ H และ T แทนเหรียญออกหัวและก้อยตามลำดับ

คำตอบ : ปริภูมิตัวอย่าง คือ {HHHH, THHH, HTHH, HHTH, HHHT, TTHH, THTH, THHT, HHTH, HTHT, HHTT, HTTT, THTT, TTHT, TTTT, HHHH} และจำนวนของปริภูมิตัวอย่าง เท่ากับ 8

คำถามที่ 2 : กำหนดให้ผู้ที่ทำ Jackpot แรกคือผู้ที่โยนเหรียญออกหัวทุกครั้ง ถ้าสนใจผลของการโยนเหรียญของผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แรก แล้วเหตุการณ์นี้คือเซตใด พร้อมทั้งหาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์นี้

คำตอบ : เนื่องจากผู้ที่ทำ Jackpot แรกคือผู้ที่โยนเหรียญออกหัวทุกครั้ง จะได้ผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แรกต้องโยนเหรียญออกหัว 4 ครั้งติดต่อกันเท่านั้น ทำให้ได้เหตุการณ์ที่สนใจคือ {HHHH} และจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ เท่ากับ 1

คำถามที่ 3 : มีโอกาสเท่าใดที่จะเป็นผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แรก ตามที่ระบุไว้ในคำถามที่ 2 พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

คำตอบ : มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากับ 1 ใน 16 ทั้งนี้เป็นเพราะว่าสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีทั้งหมด 16 ตัว และโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์โยนเหรียญออกหัว 4 ครั้งติดต่อกัน มี 1 วิธี

คำถามที่ 4 : จงเขียนโอกาสที่จะเป็นผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แรก ตามที่ระบุไว้ในคำถามที่ 3 ในรูปเศษส่วน พร้อมทั้งหาความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนดังกล่าว ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ในคำถามที่ 1 และคำถามที่ 2 ตามลำดับ

คำตอบ : เราสามารถเขียนอยู่ในรูปของเศษส่วนได้เป็น  $\frac{1}{16}$  โดยพบว่า 1 เป็นจำนวนของสมาชิกของเหตุการณ์ในคำถามที่ 2 และ 16 เป็นจำนวนของสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างในคำถามที่ 1

คำถามที่ 5 : กำหนดให้ผู้ที่ทำ Jackpot แรกคือผู้ที่โยนเหรียญออกหัว 2 ครั้ง และออกก้อย 1 ครั้ง ถ้าสนใจผลของการโยนเหรียญของผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แรก แล้วเหตุการณ์นี้คือเซตใด พร้อมทั้งหาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์นี้

คำตอบ : เนื่องจากผู้ที่ทำ Jackpot แรกคือผู้ที่โยนเหรียญออกหัว 3 ครั้ง และออกก้อย 1 ครั้ง ทำให้ได้เหตุการณ์ที่สนใจคือ {HHHT, HHTH, HTHH, THHH} และจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ เท่ากับ 4

คำถามที่ 6 : มีโอกาสเท่าใดที่จะเป็นผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แรก ตามที่ระบุไว้ในคำถามที่ 5 พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

คำตอบ : มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากับ 4 ใน 16 ทั้งนี้เป็นเพราะว่าสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีทั้งหมด 16 ตัว และโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์โยนเหรียญออกหัว 3 ครั้ง และออกก้อย 1 ครั้ง มี 4 วิธี

คำถามที่ 7 : จงเขียนโอกาสที่จะเป็นผู้โชคดีที่ทำ Jackpot แรก ตามที่ระบุไว้ในคำถามที่ 6 ในรูปเศษส่วน พร้อมทั้งหาความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนดังกล่าว ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ในคำถามที่ 1 และคำถามที่ 5 ตามลำดับ

คำตอบ : เราสามารถเขียนอยู่ในรูปของเศษส่วนได้เป็น  $\frac{4}{16}$  โดยพบว่า 4 เป็นจำนวนของสมาชิกของเหตุการณ์ในคำถามที่ 5 และ 16 เป็นจำนวนของสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างในคำถามที่ 1

คำถามที่ 8 : ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรงหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง ปริภูมิตัวอย่างคืออะไร

คำตอบ : ปริภูมิตัวอย่าง คือ  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

คำถามที่ 9 : ถ้าเหตุการณ์ที่สนใจคือลูกเต๋ารับแต้มคู่ แล้วเหตุการณ์นี้คือเซตใด

คำตอบ : เหตุการณ์ที่สนใจคือ  $\{2, 4, 6\}$

คำถามที่ 10 : มีโอกาสที่ลูกเต๋ารับแต้มคู่เท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด

คำตอบ : มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากับ 3 ใน 6 ทั้งนี้เป็นเพราะว่าสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีทั้งหมด 6 ตัว และโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ลูกเต๋ารับแต้มคู่ มี 3 วิธี

คำถามที่ 11 : จงเขียนโอกาสที่ลูกเต๋ารับแต้มคู่ ตามที่ระบุไว้ในคำถามที่ 10 ในรูปเศษส่วน พร้อมทั้งหาความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ในคำถามที่ 8 และคำถามที่ 9 ตามลำดับ

คำตอบ : เราสามารถเขียนอยู่ในรูปของเศษส่วนได้เป็น  $\frac{3}{6}$  โดยพบว่า 3 เป็นจำนวนของสมาชิกของเหตุการณ์ในคำถามที่ 9 และ 6 เป็นจำนวนของสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างในคำถามที่ 8

คำถามที่ 12 : โอกาสเกิดของเหตุการณ์ สามารถหาได้จากอัตราส่วนของจำนวนใดบ้าง

คำตอบ : โอกาสเกิดของเหตุการณ์ เป็นอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง

ในบางกรณีเมื่อปริภูมิตัวอย่างหรือเหตุการณ์เป็นเซตที่มีจำนวนสมาชิกมาก การหาโอกาสเกิดของเหตุการณ์อาจพิจารณาเพียงจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างหรือเหตุการณ์ โดยไม่จำเป็นต้องเขียนแจกแจงสมาชิก ดังนี้

คำถามที่ 13 : ถ้ากำหนดให้โยนเหรียญหนึ่งเหรียญ 10 ครั้ง โอกาสเกิดของการโยนเหรียญแล้วออกหัวครั้งแรกและครั้งสุดท้ายเป็นเท่าใด เพราะเหตุใด

คำตอบ :  $2^8$  ใน  $2^{10}$  หรือ 256 ใน 1,024 เพราะว่าหน้าของเหรียญมี 2 แบบ คือ หัวและก้อย จะได้ว่าการโยนเหรียญ 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี 2 วิธี และหากโยนเหรียญ 10 ครั้ง จากหลักการคูณจะได้ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี  $2^{10}$  วิธี เนื่องจากผลลัพธ์ที่หน้าของเหรียญจะออกหัวครั้งแรกและครั้งสุดท้าย สามารถหาได้จากหลักการคูณ ดังนี้

โยนเหรียญครั้งที่ 1 ออกหัว ได้ 1 วิธี

โยนเหรียญครั้งที่ 2 ออกหัวหรือก้อย ได้ 2 วิธี

⋮ ⋮

โยนเหรียญครั้งที่ 9 ออกหัวหรือก้อย ได้ 2 วิธี

โยนเหรียญครั้งที่ 10 ออกหัว ได้ 1 วิธี

จากหลักการคูณจะได้ว่า ผลลัพธ์ที่หน้าของเหรียญจะออกหัวครั้งแรกและครั้งสุดท้ายเท่ากับ

$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^9$  วิธี ดังนั้นโอกาสที่จะโยนเหรียญแล้วออกหัวครั้งแรกและครั้งสุดท้าย เท่ากับ  $2^8$  ใน  $2^{10}$  หรือ 256 ใน 1,024

7. ครูแจกใบงานที่ 9 เรื่อง “ความสัมพันธ์ของปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์” เพื่อให้นักเรียนเขียนปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบอกโอกาสที่จะเกิดของเหตุการณ์นั้น

### ขั้นที่ 3 การพัฒนาประสบการณ์เป็นความคิดรวบยอด

8. ครูบอกกับนักเรียนว่า โอกาสที่จะเกิดของเหตุการณ์นั้น เราเรียกว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ครูให้นักเรียนแต่ละคนสรุปความหมายของความน่าจะเป็นลงในใบงานที่ 10 เรื่อง “ความน่าจะเป็นคืออะไร”

9. เมื่อนักเรียนแต่ละคนสรุปความหมายของความน่าจะเป็นลงในใบงานที่ 10 เรียบร้อยแล้ว จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของความน่าจะเป็น ดังนี้ “ถ้าสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันแล้ว ความน่าจะเป็น คือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์กับจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง”

### ขั้นที่ 4 การพัฒนาความรู้ความคิด

10. ครูสรุปบทนิยามความน่าจะเป็นให้กับนักเรียนฟัง ดังนี้

ถ้าสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันแล้ว เรียกอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

**บทนิยาม**

ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มซึ่งเป็นเซตจำกัด โดยสมาชิกทุกตัวของ  $S$

มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน และให้  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ  $S$  ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $E$  เขียนแทนด้วย  $P(E)$  โดยที่

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ  $n(E)$  แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์  $E$  และ  $n(S)$  แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง  $S$

11. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ความน่าจะเป็น คือ จำนวนที่บอกให้ทราบว่า เหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด เช่น

1) ถ้า  $P(E) = 0$  จะได้ว่า เหตุการณ์  $E$  ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลยหรือเป็นไปได้ที่เหตุการณ์  $E$  จะเกิดขึ้น เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้ม 7 จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{0}{6} = 0$

2) ถ้า  $P(E) = 1$  จะได้ว่า เหตุการณ์  $E$  เกิดขึ้นอย่างแน่นอน เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{6}{6} = 1$

3) ถ้า  $P(E) = \frac{1}{2}$  จะได้ว่า โอกาสที่เหตุการณ์  $E$  เกิดหรือไม่เกิดมีเท่ากัน เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคู่จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4) ถ้า  $P(E_1) = \frac{1}{5}$  และ  $P(E_2) = \frac{2}{5}$  จะได้ว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์  $E_2$  เป็นสองเท่าของโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์  $E_1$

สรุปสมบัติของความน่าจะเป็นได้ดังนี้

1. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $E$  ใด ๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ นั่นคือ  $0 \leq P(E) \leq 1$
2. ความน่าจะเป็นของปริภูมิตัวอย่าง  $S$  คือ 1 นั่นคือ  $P(S) = 1$
3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่าง คือ 0 นั่นคือ  $P(\emptyset) = 0$

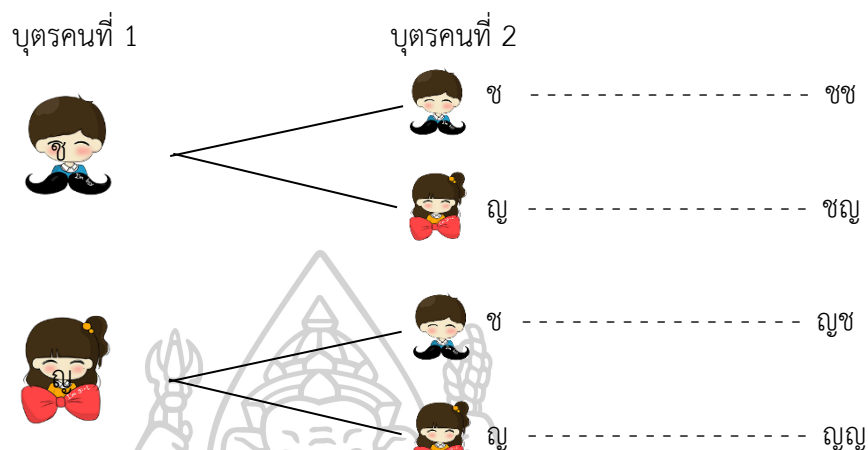
12. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับโจทย์ความน่าจะเป็นและวิธีการหาคำตอบจำนวน 3 ตัวอย่าง ตัวอย่างที่ 1 ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตรสองคนมาครอบครัวหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนี้

- 1) มีบุตรคนแรกเป็นชายและมีบุตรคนที่สองเป็นหญิง
- 2) มีบุตรชายอย่างน้อย 1 คน
- 3) ไม่มีบุตรชายเลย

วิธีทำ ให้  $E_1, E_2$  และ  $E_3$  เป็นเหตุการณ์ในข้อ 1), 2) และ 3) ตามลำดับ

ให้ ช แทนบุตรชาย และ หญิง แทนบุตรหญิง

สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



ปริภูมิตัวอย่างในที่นี้ คือ  $S = \{\text{ชช, ชญ, ญช, ญญ}\}$  ดังนั้น  $n(S) = 4$

1) เนื่องจาก  $E_1 = \{\text{ชญ}\}$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{1}{4}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมี

บุตรคนแรกเป็นชาย และบุตรคนที่สองเป็นหญิงเท่ากับ  $\frac{1}{4}$

2) เนื่องจาก  $E_2 = \{\text{ชช, ชญ, ญช}\}$  จะได้  $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{3}{4}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่

ครอบครัวนี้จะมีบุตรชายอย่างน้อยหนึ่งคน เท่ากับ  $\frac{3}{4}$

3) เนื่องจาก  $E_3 = \{\text{ญญ}\}$  จะได้  $P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(S)} = \frac{1}{4}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะ

ไม่มีบุตรชายเลย เท่ากับ  $\frac{1}{4}$

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็น การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยไม่ต้องเขียนแจกแจงสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 2 ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรงสองลูกหนึ่งครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่

- 1) ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10
- 2) ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

ในการทอดลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง ลูกเต๋าลูกแรกปรากฏผลได้ 6 วิธี และลูกเต๋าลูกที่สองปรากฏผลได้อีก 6 วิธี ดังนั้นจากหลักการคูณ จะได้  $n(S) = 6 \times 6 = 36$  ให้  $E_1$  และ  $E_2$  แทนเหตุการณ์ในข้อ 1) และ 2) ตามลำดับ

สังเกตว่า ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทิ้งสองหารด้วย 3 ลงตัว ก็ต่อเมื่อ ผลบวกของแต้มบนลูกเต๋าทิ้งสองเท่ากับ 3, 6, 9 หรือ 12 ดังแสดงได้ตามตารางต่อไปนี้

ลูกที่ 2 แต้มลูกที่ 1 \	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

- 1) จากตาราง จะเห็นว่า  $n(E_1) = 6$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10 คือ  $\frac{1}{6}$
- 2) จากตาราง จะเห็นว่า  $n(E_2) = 12$  จะได้  $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$  ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว เท่ากับ  $\frac{1}{3}$

ตัวอย่างที่ 3 ในการเลือกจำนวนสองจำนวนโดยไม่เจาะจงจาก  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  โดยเลือกทีละจำนวนและไม่ให้ซ้ำกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จากหลักการคูณ จะได้ว่า มีวิธีเลือกจำนวนสองจำนวนที่ไม่ซ้ำกันจาก  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

ทั้งหมด  $5 \times 4 = 20$  วิธี ดังนั้น  $n(S) = 20$

ให้  $E$  แทนเหตุการณ์ที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6 และจำนวนทั้งสองไม่ซ้ำกัน หาจำนวนสมาชิกของ  $E$  ได้ดังนี้



**ขั้นที่ 1** เลือกจำนวนแรกได้ 4 วิธี คือ เลือก 1 2 4 หรือ 5

**ขั้นที่ 2** ในแต่ละวิธีของขั้นที่ 1 จะมีวิธีเลือกจำนวนที่สองได้เพียง 1 วิธี ดังนี้

จำนวนที่หนึ่ง	1	2	4	5
จำนวนที่สอง	5	4	2	1

ดังนั้น  $n(E) = 4 \times 1 = 4$  จะได้  $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6 เท่ากับ  $\frac{1}{5}$

13. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างของการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จำนวน 3 ตัวอย่างลงในใบงานที่ 10 จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 3-4 คน ออกมานำเสนอตัวอย่างหน้าชั้นเรียนและเปิดโอกาสให้เพื่อนแสดงความคิดเห็น

#### **ขั้นที่ 5 การปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้**

14. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างของการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ให้ได้จำนวนมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 11 “ความน่าจะเป็น...อยากเห็นตัวอย่าง”

#### **ขั้นที่ 6 การสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเอง**

15. ครูกำหนดการทดลองสุ่มขึ้นมาหนึ่งสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ ให้ได้จำนวนแนวคิดมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 12 “ผลไม้ในตะกร้ากับ...ความน่าจะเป็น”

16. จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละคนเลือกแนวคิดของตนเอง ในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ในใบงานที่ 12 “ผลไม้ในตะกร้ากับ...ความน่าจะเป็น” มาหนึ่งแนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด

#### **ขั้นที่ 7 การวิเคราะห์ผลงานและแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้**

17. ครูสุ่มเลือกแนวคิดของนักเรียนที่จัดทำในใบงานที่ 12 “ผลไม้ในตะกร้ากับ...ความน่าจะเป็น” มานำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมกันแสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดดังกล่าว เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการปรับปรุงพัฒนาแนวคิดให้สมบูรณ์ขึ้น

#### **ขั้นที่ 8 ชั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด**

18. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เรื่องการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

19. ครูถามนักเรียนว่า

คำถามที่ 1 : เราสามารถใช้วิธีการตามบทนิยามหาความน่าจะเป็นที่ฝนจะตกในแต่ละเดือนของปีได้หรือไม่

คำตอบ : ไม่สามารถหาได้ เนื่องจากในแต่ละเดือนโอกาสที่ฝนจะตกไม่เท่ากัน

คำถามที่ 2 : เราสามารถใช้วิธีการตามบทนิยามหาความน่าจะเป็นของคนคนหนึ่งที่จะเป็นโรคมะเร็งปอดได้หรือไม่

คำตอบ : ไม่สามารถหาได้ เนื่องจากโอกาสที่แต่ละคนจะเป็นมะเร็งปอดไม่เท่ากัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับว่าบุคคลนั้นอยู่ในกลุ่มเสี่ยงหรือไม่ เช่น เป็นผู้สูบบุหรี่เป็นประจำหรือไม่ เป็นต้น

ครูกล่าวกับนักเรียนว่า “การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ตามบทนิยามนั้น เป็นการหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎี (theoretical probability) ภายใต้สมมติฐานว่าสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กันเท่านั้น แต่เหตุการณ์หลายเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน ไม่สามารถใช้วิธีการดังกล่าวมาคำนวณหาความน่าจะเป็นได้ เช่น การหาความน่าจะเป็นที่ฝนจะตกในแต่ละเดือนของปี การหาความน่าจะเป็นของคนคนหนึ่งที่จะเป็นโรคมะเร็งปอด เป็นต้น”

20. ครูบอกกับนักเรียนว่า “จากที่เราเห็นแล้วว่าเหตุการณ์หลายเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน ไม่สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นโดยใช้การหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎี (theoretical probability) ได้ ในกรณีที่เหตุการณ์นั้นไม่สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นโดยใช้การหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎี เราจะมีวิธีการหาความน่าจะเป็นที่สังเกตจำนวนการเกิดของเหตุการณ์ผ่านการทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้ง เรียกว่า ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ (empirical probability)” ซึ่งเราจะทดลองกันในครั้งต่อไป

21. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน และนำมาส่งในคาบต่อไป



### การประเมินทักษะความคิดสร้างสรรค์

#### เครื่องมือในการวัดประเมินผล

1. ใบงานที่ 11 “ความน่าจะเป็น...อยากเห็นตัวอย่าง”
2. ใบงานที่ 12 “ผลไม้ในตะกร้ากับ...ความน่าจะเป็น”

#### วิธีการวัดประเมินผล

1. ครูตรวจคำตอบในใบงานที่ 11 และใบงานที่ 12 ของนักเรียนแต่ละคน นับจำนวนคำตอบที่ถูกต้อง เพื่อดูความคิดคล่อง
2. ครูนำคำตอบที่ถูกต้องในใบงานที่ 11 และใบงานที่ 12 ของนักเรียนทุกคน มาจัดประเภทของคำตอบเป็นกลุ่มคำตอบที่มีลักษณะเดียวกัน เพื่อดูความหลากหลายของคำตอบ
3. ครูตรวจคำตอบของนักเรียนว่าซ้ำกับคำตอบของคนอื่นจำนวนเท่าไร เพื่อดูความคิดริเริ่มที่แตกต่างไปจากคนอื่น

### การประเมินทักษะความคิดสร้างสรรค์

#### ด้านความคิดคล่อง

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

#### ด้านความคิดยืดหยุ่น

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	3
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถ	2

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
เป็นไปได้	
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

### ด้านความคิดริเริ่ม

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นไม่เกินร้อยละ 3 ของนักเรียนทั้งหมด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 3 ไม่เกินร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 10 ไม่เกินร้อยละ 20 ของนักเรียนทั้งหมด	1
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 20 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด	0

**หมายเหตุ** ในกรณีของคำตอบที่ถูกต้องมีการซ้ำกับผู้อื่นมากกว่า 1 วิธี ในพิจารณาร้อยละการซ้ำกับผู้อื่น และเลือกให้คะแนนคำตอบที่มีร้อยละการซ้ำกับผู้อื่นน้อยที่สุด

### สื่อ/แหล่งเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
- เหรียญบาท

### ใบงานที่ 9 เรื่อง “ความสัมพันธ์ของปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบอกโอกาสที่จะเกิดของเหตุการณ์นั้น

1. จากการทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก

ปริภูมิตัวอย่าง คือ.....

เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวและลูกเต๋าก่อนออกแต้มคู่ คือ.....

โอกาสที่จะเกิดของเหตุการณ์ คือ.....

2. ถ้านำนาย ก ข และ ค มาเข้าแถวเป็นเส้นตรง

ปริภูมิตัวอย่าง คือ.....

เหตุการณ์ที่นาย ข จะยืนอยู่หัวแถวเสมอ คือ.....

โอกาสที่จะเกิดของเหตุการณ์ คือ.....

3. มีเลขโดดอยู่ 5 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5 สร้างเลข 3 หลัก โดยแต่ละหลักใช้เลขโดดไม่ซ้ำกัน

ปริภูมิตัวอย่าง คือ.....

เหตุการณ์ที่เลขสามหลักมีค่าไม่เกิน 200 คือ.....

โอกาสที่จะเกิดของเหตุการณ์ คือ.....

## ใบงานที่ 10 เรื่อง “ความน่าจะเป็นคืออะไร”

ตอนที่ 1 คำชี้แจง ให้นักเรียนอธิบายความหมายของความน่าจะเป็น (probability)

ความหมายของความน่าจะเป็น

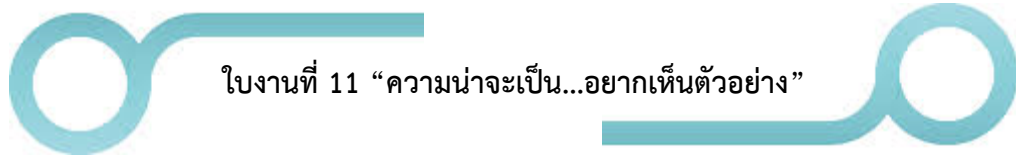
ตัวอย่าง

ตัวอย่างของการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 3



## ใบงานที่ 11 “ความน่าจะเป็น...อยากเห็นตัวอย่าง”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนยกตัวอย่างของการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ให้ได้มากที่สุดภายในเวลา 15 นาที

1).....

.....

.....

2).....

.....

.....

3).....

.....

.....

4).....

.....

.....

5).....

.....

.....

6).....

.....

.....

7).....

.....

.....

8).....

.....

.....

## ใบงานที่ 12 “ผลไม้ในตะกร้ากับ...ความน่าจะเป็น”

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด  
โดยใช้เวลา 15 นาที

พรูตต์้นำผลไม้ 3 ผลใส่ในตะกร้า 6 ใบที่  
แตกต่างกัน จงความน่าจะเป็นที่พรูตต์ใส่ผลไม้  
ในตะกร้าไม่ซ้ำกันเลย

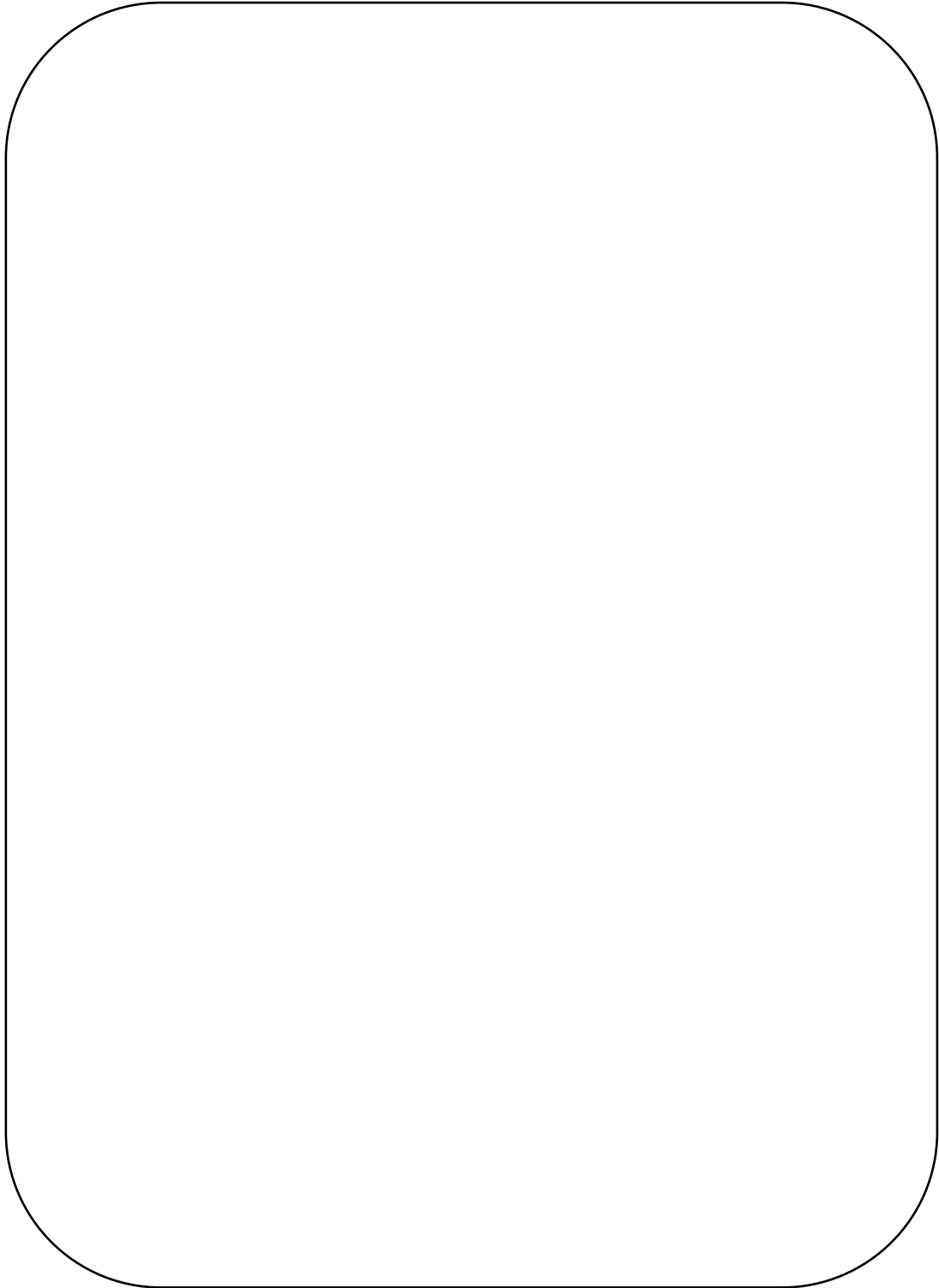


แนวคิด1

แนวคิด2



2. ให้นักเรียนเลือกแนวคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มาหนึ่งแนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด





### แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

1. ในการจับสลากชื่อของนักเรียนหนึ่งคนจากนักเรียน 30 คน ซึ่งเป็นชาย 18 คน และหญิง 12 คน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) สลากที่ได้เป็นชื่อของนักเรียนชาย

.....  
 .....

2) สลากที่ได้เป็นชื่อของนักเรียนหญิง

.....  
 .....

2. กล้องใบหนึ่งบรรจุเบี้ย 6 อัน โดยมีหมายเลข 3, 4, 7, 9, 10 และ 11 กำกับไว้ ถ้าสุ่มหยิบเบี้ย 1 อัน จากกล้องใบนี้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็น

1) จำนวนเฉพาะ

.....  
 .....

2) จำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว

.....  
 .....

3) จำนวนที่หารด้วย 6 ลงตัว

.....  
 .....

4) จำนวนที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

.....  
 .....

3. ลูกโบหนึ่งใส่เหรียญบาทไว้ 100 เหรียญ โดยมีหมายเลข 1, 2, 3, ..., 100 กำกับไว้ถ้าสุ่มหยิบเหรียญหนึ่งเหรียญ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็น

1) จำนวนเต็มบวก

.....  
 .....

2) จำนวนคู่

.....

.....

3) จำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว

.....

.....

4) จำนวนที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว

.....

.....

4. หวานเย็นสุขหีบลูกปิงปอง 1 ลูก จากถุงใบหนึ่งซึ่งมีลูกปิงปองสีแดง 15 ลูก และลูกปิงปอง สีขาว สีเหลือง สีเขียว สีฟ้า และสีดำอย่างละ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบ

1) ได้ลูกปิงปองสีแดง

.....

.....

2) ไม่ได้ลูกปิงปองสีดำ

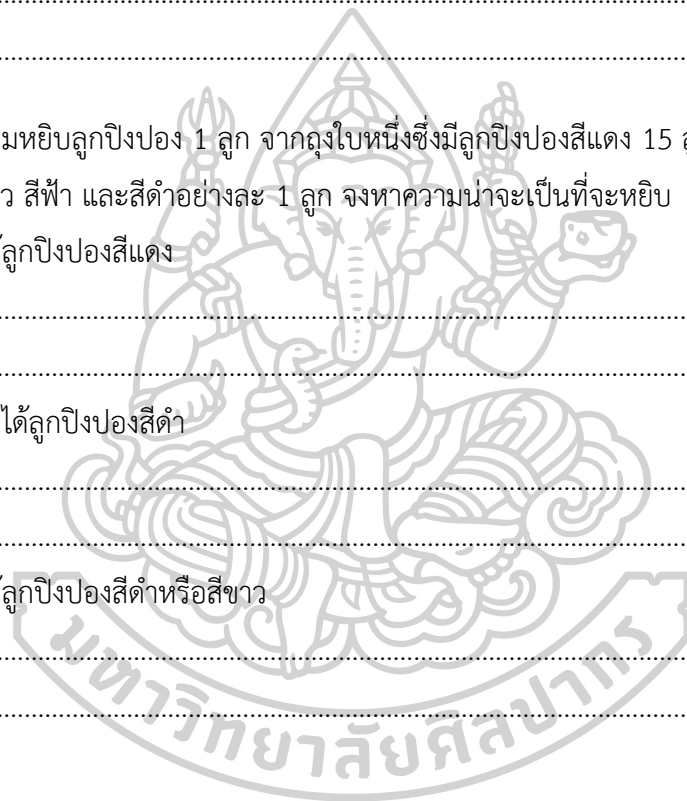
.....

.....

3) ได้ลูกปิงปองสีดำหรือสีขาว

.....

.....





### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัสวิชา ค31102
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		ภาคเรียนที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความน่าจะเป็น		
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (2)		
ผู้สอน นางสาวยุวดี แซ่เอี้ยว		เวลา 2 ชั่วโมง

---

#### มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม.4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

##### ด้านความรู้ (K)

นักเรียนสามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ได้อย่างถูกต้อง

##### ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

นักเรียนมีทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

#### สาระสำคัญ

- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

## สาระการเรียนรู้

### 1. ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ (empirical probability)

ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ หรือความน่าจะเป็นเชิงทดลอง คือ การหาความน่าจะเป็นที่สังเกตจำนวนการเกิดของเหตุการณ์ที่สนใจ การคำนวณความน่าจะเป็นแบบนี้เกิดจากการนับจำนวนครั้งที่เกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่สนใจจากการทดลอง ความน่าจะเป็นแบบนี้ใช้คำนวณภายหลังการทดลองจริง โดยอาศัยผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น มักแปลความหมายของความน่าจะเป็น ดังนี้

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A คือ อัตราส่วนของจำนวนครั้งของเหตุการณ์ A ที่ทดลองสำเร็จเทียบกับจำนวนครั้งที่ทดลองทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 1 ทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1000 ครั้ง แล้วบันทึกผลลัพธ์ที่ได้แต่ละครั้งปรากฏว่าเหรียญขึ้นหัว 700 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัวเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ เหรียญขึ้นหัว 700 ครั้ง จากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1000 ครั้ง จะได้ว่า ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัวเท่ากับ  $\frac{700}{1000} = 0.70$

ตัวอย่างที่ 2 สังเกตลูกค้า 100 คนในหนึ่งวันที่เข้าไปในร้านค้าแห่งหนึ่ง พบว่ามีลูกค้า 60 คนซื้อสินค้า ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะซื้อสินค้าเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ จากลูกค้า 100 คน ที่เข้าไปในร้านค้าแห่งหนึ่ง จะมีลูกค้า 60 คนซื้อสินค้า จะได้ว่า ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้าไปในร้านค้าและซื้อสินค้าเท่ากับ  $\frac{60}{100} = 0.60$

### 2. ความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎี (theoretical probability)

ถ้าสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันแล้ว เรียกอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างว่า **ความน่าจะเป็น** (probability) ของเหตุการณ์

#### บทนิยาม

ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มซึ่งเป็นเซตจำกัด โดยสมาชิกทุกตัวของ S

มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน และให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย P(E) โดยที่

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ n(E) แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E และ n(S) แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง S

1) ถ้า  $P(E) = 0$  จะได้ว่า เหตุการณ์  $E$  ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลยหรือเป็นไปได้ที่เหตุการณ์  $E$  จะเกิดขึ้น เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้ม 7 จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{0}{6} = 0$

2) ถ้า  $P(E) = 1$  จะได้ว่า เหตุการณ์  $E$  เกิดขึ้นอย่างแน่นอน เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{6}{6} = 1$

3) ถ้า  $P(E) = \frac{1}{2}$  จะได้ว่า โอกาสที่เหตุการณ์  $E$  เกิดหรือไม่เกิดมีเท่ากัน เช่น ถ้า  $E$  เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคู่จากการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้ง แล้ว  $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4) ถ้า  $P(E_1) = \frac{1}{5}$  และ  $P(E_2) = \frac{2}{5}$  จะได้ว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์  $E_2$  เป็นสองเท่าของโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์  $E_1$

สรุปสมบัติของความน่าจะเป็นได้ดังนี้

1. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $E$  ใด ๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ นั่นคือ  $0 \leq P(E) \leq 1$

2. ความน่าจะเป็นของปริภูมิตัวอย่าง  $S$  คือ 1 นั่นคือ  $P(S) = 1$

3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่าง คือ 0 นั่นคือ  $P(\emptyset) = 0$

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าครูสุ่มนักเรียน 3 คน จากนักเรียน 10 คน ซึ่งเป็นผู้ชาย 6 คน และผู้หญิง 4 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ครูสุ่มได้ผู้ชาย 2 คน และผู้หญิง 1 คน เพื่อแสดงเป็นขุนแผน ขุนช้าง และนางวันทอง

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ จะได้  $n(S) = C_{10,3} = \frac{10!}{7!3!} = 120$

ให้  $E$  แทนเหตุการณ์ที่ครูสุ่มได้ผู้ชาย 2 คน และผู้หญิง 1 คน

ขั้นที่ 1 เลือกผู้ชาย 2 คน จากผู้ชาย 6 คน ทำได้  $C_{6,2}$  วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกผู้หญิง 1 คน จากผู้หญิง 4 คน ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

ดังนั้น  $n(E) = C_{6,2} \times C_{4,1} = \frac{6!}{4!2!} \times \frac{4!}{3!1!} = 60$  จะได้  $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครูสุ่มได้ผู้ชาย 2 คน และผู้หญิง 1 คน เท่ากับ  $\frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 2 ไฟสำหรับหนึ่งมีไฟทั้งหมด 52 ไบ สุ่มหยิบไฟ 2 ไบ จากสำหรับ โดยหยิบไฟทีละไบ และไม่ใส่คืนก่อนหยิบไบที่สอง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) หยิบไฟไบแรกได้ไฟสีแดงและไฟไบที่สองได้ไฟสีดำ

2) หยิบได้ไฟ  $K$  ทั้งสองไบ

3) หยิบได้ไฟ 2 ไบดำทั้งสองไบ

วิธีทำ ให้  $S$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

การทดลองสุ่มนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** หยิบไฟโบแรก จากสำรับที่มีไฟทั้งหมด 52 ใบ ทำได้  $C_{52,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** หยิบไฟใบที่สอง โดยที่ไม่ใส่ไฟโบแรกคืนก่อนจะหยิบไฟใบที่สอง แสดงว่ามีไฟ

เหลืออยู่ในสำรับ 51 ใบ ทำได้  $C_{51,1}$  วิธี จะได้  $n(S) = C_{52,1} \times C_{51,1} = 52 \times 51$

1) ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่หยิบไฟโบแรกได้ไฟสีแดงและไฟใบที่สองได้ไฟสีดำ

**ขั้นที่ 1** หยิบไฟโบแรกได้ไฟสีแดง ทำได้  $C_{26,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** หยิบไฟใบที่สองได้ไฟสีดำ ทำได้  $C_{26,1}$  วิธี

ดังนั้น  $n(E_1) = C_{26,1} \times C_{26,1} = 26 \times 26$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{26 \times 26}{52 \times 51} = \frac{13}{51}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบไฟโบแรกได้ไฟสีแดงและใบที่สองได้ไฟสีดำ

เท่ากับ  $\frac{13}{51}$

2) ให้  $E_2$  แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟ  $K$  ทั้งสองใบ

**ขั้นที่ 1** หยิบไฟโบแรกได้ไฟ  $K$  ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** หยิบไฟใบที่สองโดยที่ไม่ใส่ไฟโบแรกคืนก่อนจะหยิบไฟใบที่สอง แสดงว่ามีไฟ  $K$

เหลืออยู่ในสำรับ 3 ใบ ทำได้  $C_{3,1}$  วิธี

ดังนั้น  $n(E_2) = C_{4,1} \times C_{3,1} = 4 \times 3$  จะได้  $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{4 \times 3}{52 \times 51} = \frac{1}{221}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟ  $K$  ทั้งสองใบ เท่ากับ  $\frac{1}{221}$

3) ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟ 2 โปดำทั้งสองใบ

เนื่องจากหยิบไฟทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนหยิบใบที่สอง ดังนั้น เป็นไปไม่ได้ที่จะหยิบได้ไฟ 2

โปกดำ จากทั้งสองครั้งที่หยิบ นั่นคือ  $n(E_3) = 0$  จะได้  $P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(S)} = \frac{0}{52 \times 51} = 0$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟ 2 โปกดำทั้งสองใบ เท่ากับ 0

นั่นคือ เหตุการณ์นี้ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย

ตัวอย่างที่ 3 ด้วงสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ จากกล่องที่บรรจุสลาก 4 ใบ โดยมีหมายเลข 1 2 3

และ 4 กำกับไว้ จงหาความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ด้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อ

กำหนดการทดลองสุ่มดังนี้

1) ด้วงหยิบสลาก 2 ใบ พร้อมกัน

2) ดั้วงหยิบสลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง

3) ดั้วงหยิบสลากทีละใบโดยใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง

วิธีทำ 1) ให้  $S_1$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 1)

จำนวนวิธีหยิบสลาก 2 ใบ พร้อมกัน จากสลาก 4 ใบ เท่ากับ  $C_{4,2}$  วิธี

$$\text{ดังนั้น } n(S_1) = C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่หมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อดั้วง หยิบสลากสองใบพร้อมกัน

ในกรณีนี้ จะได้ว่าหมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ สลากทั้งสองใบที่ดั้วงหยิบได้มีหมายเลข 2 และ 4 นั่นคือ  $n(E_1) = 1$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S_1)} = \frac{1}{6}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อดั้วงหยิบสลาก 2 ใบ พร้อมกัน เท่ากับ  $\frac{1}{6}$

2) ให้  $S_2$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 2)

การทดลองสุ่มนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ดั้วงหยิบสลากใบแรก จากกล่องที่มีสลากทั้งหมด 4 ใบ ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ดั้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ดั้วงไม่ใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง แสดงว่ามีสลากเหลืออยู่ในกล่อง 3 ใบ ทำได้  $C_{3,1}$  วิธี

$$\text{จะได้ } n(S_2) = C_{4,1} \times C_{3,1} = 4 \times 3$$

ให้  $E$  แทนเหตุการณ์ที่หมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อดั้วง หยิบสลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง สามารถพิจารณาเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ดั้วงหยิบสลากใบแรกได้หมายเลขบนสลากเป็นจำนวนคู่ ทำได้  $C_{2,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ดั้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ดั้วงไม่ใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง แสดงว่ามีสลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่เหลืออยู่ 1 ใบ ทำได้  $C_{1,1}$  วิธี

$$\text{ดังนั้น } n(E_2) = C_{2,1} \times C_{1,1} = 2 \quad \text{จะได้ } P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S_2)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อดั้วงหยิบสลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง เท่ากับ  $\frac{1}{6}$

3) ให้  $S_3$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 3)

การทดลองสุ่มนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้



**ขั้นที่ 1** ด้วงหยิบสลากใบแรก ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ด้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ด้วงใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สองทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

$$\text{จะได้ } n(S_3) = C_{4,1} \times C_{4,1} = 4 \times 4 = 16$$

ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่หมายเลขบนสลากที่ด้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อด้วง หยิบสลากทีละใบโดยใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง สามารถพิจารณาเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ด้วงหยิบสลากใบแรกได้หมายเลขเป็นจำนวนคู่ ทำได้  $C_{2,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ด้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ด้วงใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สองทำได้  $C_{2,1}$  วิธี

$$\text{ดังนั้น } n(S_3) = C_{2,1} \times C_{2,1} = 4 \text{ จะได้ } P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(S_3)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ด้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อด้วง หยิบสลากทีละใบโดยใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง เท่ากับ  $\frac{1}{4}$

### ชิ้นงาน/ภาระงาน

1. ใบงานที่ 13 “Monty Hall Problem”
2. ใบงานที่ 14 เรื่อง “ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์”
3. ใบงานที่ 15 “ความน่าจะเป็น...เท่ากับ  $\frac{1}{6}$ ”
4. ใบงานที่ 16 “ชมรมกรีฑากับ...ความน่าจะเป็น”

**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้** (รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด)

#### เตรียมความพร้อมก่อนเข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องเหตุการณ์ โดยให้สุ่มเลือกนักเรียนออกมาเฉลยการบ้านแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ บนกระดานหน้าชั้นเรียน โดยให้นักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

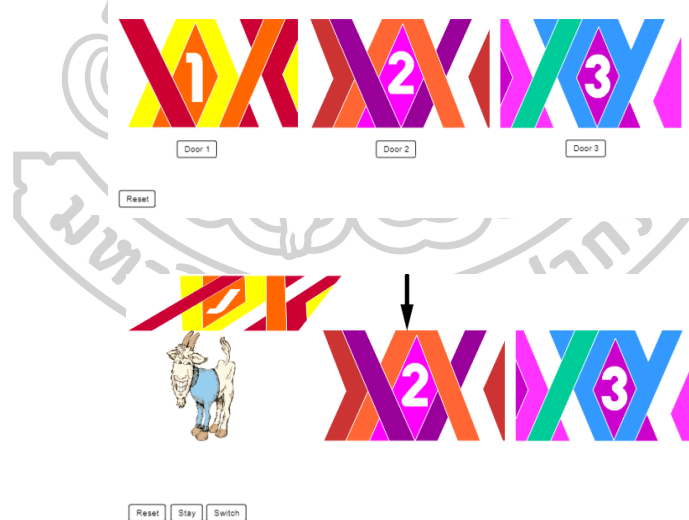
2. จากการเรียนครั้งที่แล้ว เราทราบว่ามีการหาความน่าจะเป็นอีกวิธีหนึ่ง ที่สังเกตจำนวนการเกิดของเหตุการณ์ที่สนใจจากการทดลอง เรียกว่า ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ หรือความน่าจะเป็นเชิงทดลอง

#### เข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้

##### ขั้นที่ 1 การสร้างประสบการณ์

1. ครูเปิดสื่อวีดิทัศน์หรือเล่าเรื่องราวสั้นเกี่ยวกับ Monty Hall Problem ว่า “Monty Hall Problem เป็นปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีที่มาจากเกมโชว์ทางโทรทัศน์ชื่อ Let's Make a Deal โดยออกอากาศในสหรัฐอเมริกาเมื่อ ค.ศ. 1984 - 1986 และ Monty Hall เป็นพิธีกรของรายการ กติกาของเกมโชว์นี้มีอยู่ว่า มีประตูที่มีลักษณะเหมือนกันอยู่สามบานคือประตู หมายเลข 1, 2 และ 3 โดยด้านหลังประตูทั้งสามบานนี้จะมีประตูเพียงบานเดียวที่มีรถยนต์ซึ่งเป็นของรางวัลใหญ่อยู่และอีกสองบานที่เหลือจะมีแพะอยู่ ผู้เข้าแข่งขันสามารถเลือกประตูบานใดก็ได้ 1 บาน เมื่อผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูหมายเลขใดหมายเลขหนึ่งแล้วพิธีกรจะเลือกเปิดประตูที่มีแพะ 1 บาน จากประตูสองบานที่ผู้เข้าแข่งขันไม่ได้เลือก ดังนั้นตอนนี้จะมีประตูที่ยังปิดอยู่สองบาน ประตูบานหนึ่งคือประตูที่ผู้เข้าแข่งขันเลือกและประตูอีกบานหนึ่งคือประตูที่ผู้เข้าแข่งขันไม่ได้เลือก จากนั้นพิธีกรบอกผู้เข้าแข่งขันว่าให้โอกาสผู้เข้าแข่งขันสามารถเปลี่ยนใจมาเลือกประตูอีกบานหนึ่งได้”

2. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทำกิจกรรมและแจกใบงานที่ 13 “Monty Hall Problem” ให้นักเรียนแต่ละคู่ จากนั้นครูให้นักเรียนเป็นผู้เข้าแข่งขันเกม Let's Make a Deal โดยให้นักเรียนเปิดเว็บไซต์ [goo.gl/9c2kWZ](http://goo.gl/9c2kWZ) (ที่มา:คลังความรู้ SciMath ของ สสวท.) ทดลองเล่นเกม โดยคลิกเลือกประตูหมายเลข 1 2 หรือ 3 จากนั้นโปรแกรมจะเปิดประตูบานที่เหลือแพะอยู่ 1 บาน คลิกเลือกว่าจะเปลี่ยนหรือไม่เปลี่ยนประตูตามที่ตัดสินใจ



ภาพประกอบการเล่นเกม

4. ครูให้นักเรียนทดลองเล่นอย่างน้อย 30 ครั้ง โดยเลือกไม่เปลี่ยนประตู แล้วบันทึกผลลงให้ใบงานที่ 13 “Monty Hall Problem” ครูถามนักเรียนว่าอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์และจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็นเท่าใด

5. ครูให้นักเรียนทดลองเล่นอย่างน้อย 30 ครั้ง โดยเลือกเปลี่ยนประตู แล้วบันทึกผลลงใบงานที่ 13 “Monty Hall Problem” ครูถามนักเรียนว่าอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์และจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็นเท่าใด

6. จากกิจกรรม “Monty Hall Problem” จำลองสถานการณ์ที่เป็นคำตอบของผู้เรียนได้ดังนี้

#### กรณีไม่เปลี่ยนประตู

ครั้งที่	รถ	แพะ
1	x	
2		x
3		x
4		x
5		x
6	x	
7	x	
8		x
9		x
10		x

ครั้งที่	รถ	แพะ
11		x
12		x
13		x
14		x
15		x
16	x	
17		x
18	x	
19		x
20		x

ครั้งที่	รถ	แพะ
21	x	
22		x
23		x
24		x
25	x	
26		x
27		x
28		x
29		x
30		x

จากการทดลองไม่เปลี่ยนประตู จะได้ว่า อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิด ประตูแล้วมีรถยนต์และจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็น  $\frac{7}{30} \approx 0.23$

#### กรณีเปลี่ยนประตู

ครั้งที่	รถ	แพะ
1	x	
2	x	
3		x
4		x
5	x	
6	x	
7	x	
8		x
9	x	
10	x	

ครั้งที่	รถ	แพะ
11		x
12	x	
13	x	
14	x	
15	x	
16	x	
17		x
18	x	
19		x
20	x	

ครั้งที่	รถ	แพะ
21	x	
22		x
23	x	
24	x	
25	x	
26		x
27		x
28	x	
29	x	
30		x

จากการทดลองเปลี่ยนประตู จะได้ว่า อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์และจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็น  $\frac{20}{30} \approx 0.67$

(หมายเหตุ : คำตอบขึ้นอยู่กับ การทดลองของนักเรียน ครูควรให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบกับเพื่อน และควรส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายรวมกันเพื่อให้ได้ข้อสรุปว่า จากการทดลองของนักเรียนส่วนใหญ่ จะเห็นว่าการเลือกเปลี่ยนประตูทำให้อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์และจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง มากกว่าไม่เปลี่ยนประตู)

7. จากการเล่นเกมข้อ 4, 5 และ 6 เราเรียกอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์และจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง ว่าเป็นการหาความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์

### ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ประสบการณ์

8. จากข้อมูลที่ได้จากการเล่นเกม Monty Hall Problem ครูแจกบัตรคำถามให้นักเรียนแต่ละคน จากนั้นนักเรียนตอบปัญหาในบัตรคำถาม ดังนี้

คำถาม : การเลือกเปลี่ยนหรือไม่เปลี่ยนประตูมีผลต่อการได้รางวัลหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำตอบ : จากการเปรียบเทียบอัตราส่วนในการทดลอง ข้อ 4 และ ข้อ 5 จะได้ว่า การเลือกเปลี่ยนจะมีโอกาสได้รางวัลมากกว่าไม่เปลี่ยนประตู

( หมายเหตุ : คำตอบขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองของนักเรียนในข้อ 4 และ ข้อ 5 ในกรณีที่มีนักเรียนได้คำตอบในข้อ 6 แตกต่างจากเฉลย ครูควรให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบกับเพื่อน และควรส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายรวมกันเพื่อให้ได้ข้อสรุปว่า จากผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองของนักเรียนส่วนใหญ่ จะเห็นว่าการเลือกเปลี่ยนประตูทำให้มีโอกาสได้รางวัลมากกว่าไม่เปลี่ยนประตู )

9. ครูกล่าวเพิ่มเติมว่าการทดลองดังกล่าว เป็นตัวอย่างหนึ่งในการหาความน่าจะเป็นที่เรียกว่า ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์

### ขั้นที่ 3 การพัฒนาประสบการณ์เป็นความคิดรวบยอด

10. ครูถามนักเรียน ดังนี้

คำถาม 1 : นักเรียนทราบว่าการหาความน่าจะเป็นที่จะเปิดประตูได้รถยนต์ จากการเล่นเกม Monty Hall Problem ข้างต้นนั้น คือ ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ แล้วนักเรียนทราบหรือไม่ว่ามีวิธีการหาความน่าจะเป็นดังกล่าวอย่างไร

คำตอบ : สังเกตจำนวนการเกิดของเหตุการณ์ที่สนใจ โดยทดลองเหตุการณ์ที่สนใจซ้ำหลาย ๆ ครั้ง

คำถามที่ 2 : การหาความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ อัตราส่วนที่ได้เกิดจากอะไร

คำตอบ : อัตราส่วนของจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่สนใจและจำนวนครั้งที่ทดลองทั้งหมด

11. ครูกล่าวสรุปให้นักเรียนฟังว่า ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ หรือความน่าจะเป็นเชิงทดลอง คือ การหาความน่าจะเป็นที่สังเกตจำนวนการเกิดของเหตุการณ์ที่สนใจ การคำนวณความน่าจะเป็นแบบนี้เกิดจากการนับจำนวนครั้งที่เกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่สนใจจากการทดลอง ความน่าจะเป็น

เป็นแบบนี้ใช้คำนวณภายหลังการทดลองจริงโดยอาศัยผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น มักแปลความหมายของความน่าจะเป็น ดังนี้

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A คือ อัตราส่วนของจำนวนครั้งของเหตุการณ์ A ที่ทดลองสำเร็จเทียบกับจำนวนครั้งที่ทดลองทั้งหมด

ครุยกตัวอย่างของการทดลองเชิงประจักษ์ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1000 ครั้ง แล้วบันทึกผลลัพธ์ที่ได้แต่ละครั้งปรากฏว่าเหรียญขึ้นหัว 700 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัวเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ เหรียญขึ้นหัว 700 ครั้ง จากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1000 ครั้ง จะได้ว่า ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัวเท่ากับ  $\frac{700}{1000} = 0.70$

ตัวอย่างที่ 2 สังเกตลูกค้า 100 คนในหนึ่งวันที่เข้าไปในร้านค้าแห่งหนึ่ง พบว่ามีลูกค้า 60 คนซื้อสินค้า ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะซื้อสินค้าเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ จากลูกค้า 100 คน ที่เข้าไปในร้านค้าแห่งหนึ่ง จะมีลูกค้า 60 คนซื้อสินค้า จะได้ว่า ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้าไปในร้านค้าและซื้อสินค้าเท่ากับ  $\frac{60}{100} = 0.60$

12. ครูถามนักเรียนว่าจากกิจกรรม “Monty Hall Problem” จะเห็นว่าการหาความน่าจะเป็นโดยการทดลองเหตุการณ์ที่สนใจซ้ำหลาย ๆ ครั้งนั้น ใช้เวลาในการหาความน่าจะเป็นค่อนข้างมาก ซึ่งหากเป็นการหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎีตามบทนิยามนั้นจะช่วยให้ประหยัดเวลามากกว่า นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช้ในการหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎี เพื่อคำนวณหาความน่าจะเป็นของการได้รางวัลจากการการเลือกเปลี่ยนหรือไม่เปลี่ยนประตูได้อย่างไร โดยครูให้นักเรียนพิจารณาการหาความน่าจะเป็น จากคำถามดังนี้

คำถามที่ 1 : ในการเลือกประตูครั้งแรก โดยผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูหนึ่งบานจากประตูทั้งหมด 3 บาน ความน่าจะเป็นที่จะเปิดประตูได้รถยนต์เท่ากับเท่าใด

คำตอบ : ความน่าจะเป็นเท่ากับ  $\frac{1}{3}$

เมื่อพิธีกรเปิดประตูที่มี 1 บาน จากประตูสองบานที่ผู้เข้าแข่งขันไม่ได้เลือก ทำให้มีประตูที่ยังปิดอยู่สองบาน ประตูบานหนึ่งคือประตูที่ผู้เข้าแข่งขันเลือกและประตูอีกบานหนึ่งคือประตูที่ผู้เข้าแข่งขันไม่ได้เลือก จากนั้นพิธีกรบอกผู้เข้าแข่งขันว่า ให้โอกาสผู้เข้าแข่งขันสามารถเปลี่ยนใจมาเลือกประตูอีกบานหนึ่งได้ ครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

คำถามที่ 2 : ถ้าหากผู้เข้าแข่งขันยืนยันเลือกประตูบานเดิมไม่เปลี่ยนประตู ความน่าจะเป็นที่จะเปิดประตูได้รถยนต์เท่ากับเท่าใด

คำตอบ : ความน่าจะเป็นยังคงเท่ากับ  $\frac{1}{3}$  เหมือนเดิม

จากนั้นครูตั้งคำถามเหตุการณ์สมมติว่าผู้เข้าแข่งขันเปลี่ยนประตู ดังนี้

คำถามที่ 3 : ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูที่เป็น "แพะหมายเลข 1" พิธีกรจะเลือกเปิดประตูแพะที่เหลืออยู่นั้นก็คือ "แพะหมายเลข 2" ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู แล้วจะได้รถยนต์หรือแพะ

คำตอบ : ผู้เข้าแข่งขันจะได้รถยนต์

คำถามที่ 4 : ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูที่เป็น "แพะหมายเลข 2" พิธีกรจะเลือกเปิดประตูแพะที่เหลืออยู่นั้นก็คือ "แพะหมายเลข 1" ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู แล้วจะได้รถยนต์หรือแพะ

คำตอบ : ผู้เข้าแข่งขันจะได้รถยนต์

คำถามที่ 5 : ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูที่มี "รถยนต์" พิธีกรจะเลือกเปิดประตูแพะหนึ่งประตู ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู แล้วจะได้รถยนต์หรือแพะ

คำตอบ : ผู้เข้าแข่งขันจะได้แพะ

คำถามที่ 6 : จากคำถามที่ 3 4 และ 5 ถ้าหากผู้เข้าแข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู ความน่าจะเป็นที่จะเปิดประตูได้รถยนต์เท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด

คำตอบ : ความน่าจะเป็นเท่ากับ  $\frac{2}{3}$  เพราะพิจารณาจากคำถามที่ 3 4 และ 5 เราสามารถสร้างกรณีของการเลือกประตูโดยมีการเลือกเปลี่ยนประตูได้ 3 กรณี ดังนี้

**กรณีที่ 1** ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูที่เป็น "แพะหมายเลข 1" พิธีกรจะเลือกเปิดประตูแพะที่เหลืออยู่นั้นก็คือ "แพะหมายเลข 2" ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู แล้วจะได้รถยนต์

**กรณีที่ 2** ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูที่เป็น "แพะหมายเลข 2" พิธีกรจะเลือกเปิดประตูแพะที่เหลืออยู่นั้นก็คือ "แพะหมายเลข 1" ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู แล้วจะได้รถยนต์

**กรณีที่ 3** ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูที่มี "รถยนต์" พิธีกรจะเลือกเปิดประตูแพะหนึ่งประตู ถ้าผู้เข้าแข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู แล้วจะได้แพะ

จะเห็นได้ว่ามี 2 กรณีที่เปิดได้รถยนต์ จากทั้งหมด 3 กรณี นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะเปิดได้รถยนต์เท่ากับ  $\frac{2}{3}$

13. ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่า “จากตอบปัญหาเกม Monty Hall Problem ตามทฤษฎีแล้วสรุปได้ว่าผู้เล่นเปลี่ยนประตูบานที่เลือกจะมีความน่าจะเป็นที่จะได้รับรางวัลเท่ากับ  $\frac{2}{3}$  และถ้ายืนย่น

เลือกประตูบานเดิม จะมีความน่าจะเป็นที่จะได้รับรางวัลเท่ากับ  $\frac{1}{3}$ ” ซึ่งสอดคล้องกันกับการหาความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์

ครูกล่าวเพิ่มเติมว่า “คำตอบนี้อาจมีลักษณะสวนทางกับสามัญสำนึกของผู้คนส่วนใหญ่ จึงได้มีความพยายามของนักคณิตศาสตร์ และนักสถิติหลายท่านได้ทำการศึกษา Monty Hall Problem และได้พบความน่าจะเป็นดังกล่าวเป็นจริง นั่นคือการเปลี่ยนประตูจะมีโอกาสถูกรางวัลเพิ่มขึ้นเป็น 2 ใน 3 ซึ่งนักเรียนสามารถหาข้อมูลเพิ่มเติมได้จากแหล่งความรู้หรือเว็บไซต์ต่าง ๆ”

#### ขั้นที่ 4 การพัฒนาความรู้ความคิด

12. ครูกล่าวกับนักเรียนว่า การหาความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ ใช้คำนวณภายหลังการทดลองจริงโดยอาศัยผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้ได้ในทางปฏิบัติ แต่อาจจะยุ่งยากและใช้เวลามาก สำหรับการหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎีนั้นจะเป็นวิธีการหาความน่าจะเป็นที่สะดวกและใช้เวลาไม่มาก สามารถหาคำตอบจากการคำนวณได้ก่อนการทดลองจริงจะเกิดขึ้น แม้ว่าอาจจะมีข้อจำกัดที่ไม่ได้พิจารณาถึงสภาพทั่วไปขอเหตุการณ์ เช่น การโยนเหรียญหนึ่งเหรียญโอกาสที่เหรียญจะขึ้นหน้าหัวเท่ากับ  $\frac{1}{2}$  นั้น จะใช้ได้ก็ต่อเมื่อเหรียญนั้นต้องเป็นเหรียญที่เที่ยงตรง ซึ่งในชีวิตประจำวันเราอาจจะพบเหรียญที่ไม่เที่ยงตรงได้ เป็นต้น แต่อย่างไรก็ดีในทางคณิตศาสตร์ยอมรับแนวความคิดการหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎี และเป็นบทนิยามพื้นฐานที่ใช้ในการเรียนบทเรื่องความน่าจะเป็น ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามของความน่าจะเป็นอีกครั้งหนึ่ง

#### บทนิยาม

ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มซึ่งเป็นเซตจำกัด โดยสมาชิกทุกตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน และให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย  $P(E)$  โดยที่

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ  $n(E)$  แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E และ  $n(S)$  แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง S

14. ครูยกตัวอย่างของการหาความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎีตามบทนิยาม มีความซับซ้อนขึ้นเพิ่มเติมจากคาบที่แล้ว

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าครูสุ่มนักเรียน 3 คน จากนักเรียน 10 คน ซึ่งเป็นผู้ชาย 6 คน และผู้หญิง 4 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ครูสุ่มได้ผู้ชาย 2 คน และผู้หญิง 1 คน เพื่อแสดงเป็นขุนแผน ขุนช้าง และนางวันทอง

วิธีทำ ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้ จะได้  $n(S) = C_{10,3} = \frac{10!}{7!3!} = 120$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ครูสุ่มได้ผู้ชาย 2 คน และผู้หญิง 1 คน

**ขั้นที่ 1** เลือกผู้ชาย 2 คน จากผู้ชาย 6 คน ทำได้  $C_{6,2}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** เลือกผู้หญิง 1 คน จากผู้หญิง 4 คน ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

ดังนั้น  $n(E) = C_{6,2} \times C_{4,1} = \frac{6!}{4!2!} \times \frac{4!}{3!1!} = 60$  จะได้  $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครูสุ่มได้ผู้ชาย 2 คน และผู้หญิง 1 คน เท่ากับ  $\frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 2 ไฟสำหรับหนึ่งมีไฟทั้งหมด 52 ใบ สุ่มหยิบไฟ 2 ใบจากสำหรับ โดยหยิบไฟทีละใบ และไม่ใส่คืนก่อนหยิบใบที่สอง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) หยิบไฟใบแรกได้ไฟสีแดงและไฟใบที่สองได้ไฟสีดำ

2) หยิบได้ไฟ K ทั้งสองใบ

3) หยิบได้ไฟ 2 โปดำทั้งสองใบ

วิธีทำ ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

การทดลองสุ่มนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** หยิบไฟใบแรก จากสำหรับที่มีไฟทั้งหมด 52 ใบ ทำได้  $C_{52,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** หยิบไฟใบที่สอง โดยที่ไม่ใส่ไฟใบแรกคืนก่อนจะหยิบไฟใบที่สอง แสดงว่ามีไฟ

เหลืออยู่ในสำหรับ 51 ใบ ทำได้  $C_{51,1}$  วิธี จะได้  $n(S) = C_{52,1} \times C_{51,1} = 52 \times 51$

1) ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่หยิบไฟใบแรกได้ไฟสีแดงและไฟใบที่สองได้ไฟสีดำ

**ขั้นที่ 1** หยิบไฟใบแรกได้ไฟสีแดง ทำได้  $C_{26,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** หยิบไฟใบที่สองได้ไฟสีดำ ทำได้  $C_{26,1}$  วิธี

ดังนั้น  $n(E_1) = C_{26,1} \times C_{26,1} = 26 \times 26$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{26 \times 26}{52 \times 51} = \frac{13}{51}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบไฟใบแรกได้ไฟสีแดงและไฟใบที่สองได้ไฟสีดำ

เท่ากับ  $\frac{13}{51}$

2) ให้  $E_2$  แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟ K ทั้งสองใบ

**ขั้นที่ 1** หยิบไฟใบแรกได้ไฟ K ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** หยิบไฟใบที่สองโดยที่ไม่ใส่ไฟใบแรกคืนก่อนจะหยิบไฟใบที่สอง แสดงว่ามีไฟ K

เหลืออยู่ในสำหรับ 3 ใบ ทำได้  $C_{3,1}$  วิธี



$$\text{ดังนั้น } n(E_2) = C_{4,1} \times C_{3,1} = 4 \times 3 \text{ จะได้ } P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{4 \times 3}{52 \times 51} = \frac{1}{221}$$

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ไพ่ K ทั้งสองใบ เท่ากับ } \frac{1}{221}$$

3) ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ไพ่ 2 โพดำทั้งสองใบ

เนื่องจากหยิบไพ่ทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนหยิบใบที่สอง ดังนั้น เป็นไปไม่ได้ที่จะหยิบได้ไพ่ 2

$$\text{โพดำ จากทั้งสองครั้งที่หยิบ นั่นคือ } n(E_3) = 0 \text{ จะได้ } P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(S)} = \frac{0}{52 \times 51} = 0$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ไพ่ 2 โพดำทั้งสองใบ เท่ากับ 0

นั่นคือ เหตุการณ์นี้ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย

ตัวอย่างที่ 3 ดั้วงสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ จากกล่องที่บรรจุสลาก 4 ใบ โดยมีหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 กำกับไว้ จงหาความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มดังนี้

- 1) ดั้วงหยิบสลาก 2 ใบ พร้อมกัน
- 2) ดั้วงหยิบสลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง
- 3) ดั้วงหยิบสลากทีละใบโดยใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง

วิธีทำ 1) ให้  $S_1$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 1)

จำนวนวิธีหยิบสลาก 2 ใบ พร้อมกัน จากสลาก 4 ใบ เท่ากับ  $C_{4,2}$  วิธี

$$\text{ดังนั้น } n(S_1) = C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่หมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อดั้วง หยิบสลากสองใบพร้อมกัน

ในกรณีนี้ จะได้ว่าหมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ สลากทั้งสองใบที่ดั้วงหยิบได้มีหมายเลข 2 และ 4 นั่นคือ  $n(E_1) = 1$  จะได้  $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S_1)} = \frac{1}{6}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ดั้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อดั้วง หยิบสลาก 2 ใบ พร้อมกัน เท่ากับ  $\frac{1}{6}$

2) ให้  $S_2$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 2)

การทดลองสุ่มนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ดั้วงหยิบสลากใบแรก จากกล่องที่มีสลากทั้งหมด 4 ใบ ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ด้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ด้วงไม่ใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง แสดงว่ามีสลากเหลืออยู่ในกล่อง 3 ใบ ทำได้  $C_{3,1}$  วิธี

$$\text{จะได้ } n(S_2) = C_{4,1} \times C_{3,1} = 4 \times 3$$

ให้  $E$  แทนเหตุการณ์ที่หมายเลขบนสลากที่ด้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อด้วง หยิบ สลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง สามารถพิจารณาเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ด้วงหยิบสลากใบแรกได้หมายเลขบนสลากเป็นจำนวนคู่ ทำได้  $C_{2,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ด้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ด้วงไม่ใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง แสดงว่ามีสลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่เหลืออยู่ 1 ใบ ทำได้  $C_{1,1}$  วิธี

$$\text{ดังนั้น } n(E_2) = C_{2,1} \times C_{1,1} = 2 \quad \text{จะได้ } P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S_2)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ด้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อด้วงหยิบ สลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง เท่ากับ  $\frac{1}{6}$

3) ให้  $S_3$  แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 3)

การทดลองสุ่มนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ด้วงหยิบสลากใบแรก ทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ด้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ด้วงใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สองทำได้  $C_{4,1}$  วิธี

$$\text{จะได้ } n(S_3) = C_{4,1} \times C_{4,1} = 4 \times 4 = 16$$

ให้  $E_3$  แทนเหตุการณ์ที่หมายเลขบนสลากที่ด้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อด้วง หยิบ สลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง สามารถพิจารณาเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ด้วงหยิบสลากใบแรกได้หมายเลขเป็นจำนวนคู่ ทำได้  $C_{2,1}$  วิธี

**ขั้นที่ 2** ด้วงหยิบสลากใบที่สอง โดยที่ด้วงใส่สลากใบแรกคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง ทำได้  $C_{2,1}$  วิธี

$$\text{ดังนั้น } n(E_3) = C_{2,1} \times C_{2,1} = 4 \quad \text{จะได้ } P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(S_3)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หมายเลขบนสลากที่ด้วงหยิบได้ทั้งสองใบเป็นจำนวนคู่ เมื่อด้วง หยิบ สลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง เท่ากับ  $\frac{1}{4}$

15. ครูแจกใบงานที่ 14 เรื่อง “ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์” ให้นักเรียนแต่ละคนทำเป็นเวลา 15 นาที จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 3-4 คน ออกมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียนและเปิดโอกาสให้เพื่อนแสดงความคิดเห็น

#### ขั้นที่ 5 การปฏิบัติตามแนวคิดที่ได้เรียนรู้

16. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างของการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ให้ได้จำนวนมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 15 “ความน่าจะเป็น...เท่ากับ  $\frac{1}{6}$ ”

#### ขั้นที่ 6 การสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเอง

17. ครูให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ ให้ได้จำนวนแนวคิดมากที่สุดภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำลงในใบงานที่ 16 “ชมรมกรีฑากับ...ความน่าจะเป็น”

18. จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละคนเลือกแนวคิดของตนเอง ในการหาความน่าจะเป็นในใบงานที่ 16 “ชมรมกรีฑากับ...ความน่าจะเป็น” มาหนึ่งแนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด

#### ขั้นที่ 7 การวิเคราะห์ผลงานและแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้

19. ครูสุ่มเลือกแนวคิดของนักเรียนที่จัดทำในใบงานที่ 16 “ชมรมกรีฑากับ...ความน่าจะเป็น” มานำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมกันแสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดดังกล่าว เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการปรับปรุงพัฒนาแนวคิดให้สมบูรณ์ขึ้น

#### ขั้นที่ 8 ชั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด

20. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ ตั้งแต่เรื่อง การทดลองสุ่ม การหาปริภูมิตัวอย่าง เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เพื่อเป็นการทบทวนบทเรียนทั้งหมด

### การประเมินทักษะความคิดสร้างสรรค์

#### เครื่องมือในการวัดประเมินผล

1. ใบงานที่ 15 “ความน่าจะเป็น...เท่ากับ ”
2. ใบงานที่ 16 “ชมรมกรีฑากับ...ความน่าจะเป็น”

#### วิธีการวัดประเมินผล

1. ครูตรวจคำตอบในใบงานที่ 15 และใบงานที่ 16 ของนักเรียนแต่ละคน นับจำนวนคำตอบที่ถูกต้อง เพื่อดูความคิดคล่อง
2. ครูนำคำตอบที่ถูกต้องในใบงานที่ 15 และใบงานที่ 16 ของนักเรียนทุกคน มาจัดประเภทของคำตอบเป็นกลุ่มคำตอบที่มีลักษณะเดียวกัน เพื่อดูความหลากหลายของคำตอบ
3. ครูตรวจคำตอบของมีนักเรียนว่าซ้ำกับคำตอบของคนอื่นจำนวนเท่าไร เพื่อดูความคิดริเริ่มที่แตกต่างไปจากคนอื่น

### การประเมินทักษะความคิดสร้างสรรค์

#### ด้านความคิดคล่อง

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีจำนวนคำตอบที่ถูกต้องไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนที่ตอบได้สูงสุด	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

### ด้านความคิดยืดหยุ่น

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	3
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบคิดเป็นอย่างน้อย 1 ใน 3 แต่ไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	2
คำตอบที่ถูกต้องของนักเรียนสามารถนำมาจัดเป็นประเภทของคำตอบไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนประเภทของคำตอบที่สามารถเป็นไปได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้องได้	0

### ด้านความคิดริเริ่ม

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นไม่เกินร้อยละ 2 ของนักเรียนทั้งหมด	3
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 2 ไม่เกินร้อยละ 5 ของนักเรียนทั้งหมด	2
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 5 ไม่เกินร้อยละ 12 ของนักเรียนทั้งหมด	1
นักเรียนสามารถเขียนคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นคำตอบที่ซ้ำกับคำตอบของผู้อื่นมากกว่าร้อยละ 12 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด	0

**หมายเหตุ** ในกรณีของคำตอบที่ถูกต้องมีการซ้ำกับผู้อื่นมากกว่า 1 วิธี ในพิจารณาร้อยละการซ้ำกับผู้อื่น และเลือกให้คะแนนคำตอบที่มีร้อยละการซ้ำกับผู้อื่นน้อยที่สุด

### สื่อ/แหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. บัตรคำถาม
3. เว็บไซต์ [goo.gl/9c2kWZ](http://goo.gl/9c2kWZ)

## ใบงานที่ 13 Monty Hall Problem

- คำชี้แจง**
1. ให้นักเรียนจับคู่กัน โดยนักเรียนเป็นผู้เข้าแข่งขัน เปิดเว็บไซต์ [goo.gl/9c2kWZ](http://goo.gl/9c2kWZ)
  2. ทดลองเล่นอย่างน้อย 30 โดยเลือกไม่เปลี่ยนประตู แล้วบันทึกผลในตารางที่ 1
  3. ทดลองเล่นอย่างน้อย 30 ครั้ง โดยเลือกเปลี่ยนประตู แล้วบันทึกผลในตารางที่ 2

**ตารางที่ 1** ทดลองเล่นอย่างน้อย 30 ครั้ง โดยเลือกไม่เปลี่ยนประตู

ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในตารางตามผลลัพธ์ที่ได้จากการเปิดประตูที่นักเรียนเลือก

ครั้งที่	รถ	แพะ	ครั้งที่	รถ	แพะ	ครั้งที่	รถ	แพะ
1			11			21		
2			12			22		
3			13			23		
4			14			24		
5			15			25		
6			16			26		
7			17			27		
8			18			28		
9			19			29		
10			20			30		

จากตารางที่ 1 อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์กับจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็นเท่าใด

.....

**ตารางที่ 2** ทดลองเล่นอย่างน้อย 30 ครั้ง โดยเลือกเปลี่ยนประตู

ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในตารางตามผลลัพธ์ที่ได้จากการเปิดประตูที่นักเรียนเลือก

ครั้งที่	รถ	แพะ	ครั้งที่	รถ	แพะ	ครั้งที่	รถ	แพะ
1			11			21		
2			12			22		
3			13			23		
4			14			24		
5			15			25		
6			16			26		
7			17			27		
8			18			28		
9			19			29		
10			20			30		

จากตารางที่ 2 อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์กับ  
จำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็นเท่าใด

.....

### ใบงานที่ 14 เรื่อง “ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์”

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1. กล่องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟ 5 หลอด ในจำนวนนี้มีหลอดดี 3 หลอด และหลอดเสีย 2 หลอด ถ้าสุ่มหยิบหลอดไฟ 2 หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดดี 1 หลอด และ หลอดเสีย 1 หลอด

.....

.....

.....

2. ในลิ้นชักมีถุงเท้าที่จัดเป็นคู่ไว้ 4 คู่ โดยเป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และสีขาว 2 คู่ ถ้าสุ่มหยิบถุงเท้ามา 2 คู่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน

.....

.....

.....

3. ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรงสองลูกหนึ่งครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลคูณของแต้มเป็นจำนวนคู่

.....

.....

.....

4. ภูผาสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก จากถุงใบหนึ่งซึ่งมีลูกบอลสีแดง 2 ลูก และสีเขียว 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก เมื่อกำหนดให้

1) หยิบลูกบอล 2 ลูก พร้อมกัน

.....

.....

2) หยิบลูกบอลทีละลูกโดยไม่ใส่คืนก่อนหยิบลูกที่สอง

.....

.....

3) หยิบลูกบอลทีละลูกโดยใส่คืนก่อนหยิบลูกที่สอง

.....

.....





คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้างเหตุการณ์ที่ทำให้ค่าของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้นเท่ากับ  $\frac{1}{6}$  ให้ได้มากที่สุดภายในเวลา 15 นาที

1).....

.....

.....

2).....

.....

.....

3).....

.....

.....

4).....

.....

.....

5).....

.....

.....

6).....

.....

.....

7).....

.....

.....

8).....

.....

.....

## ใบงานที่ 16 “ชมรมกรีฑากับ...ความน่าจะเป็น”

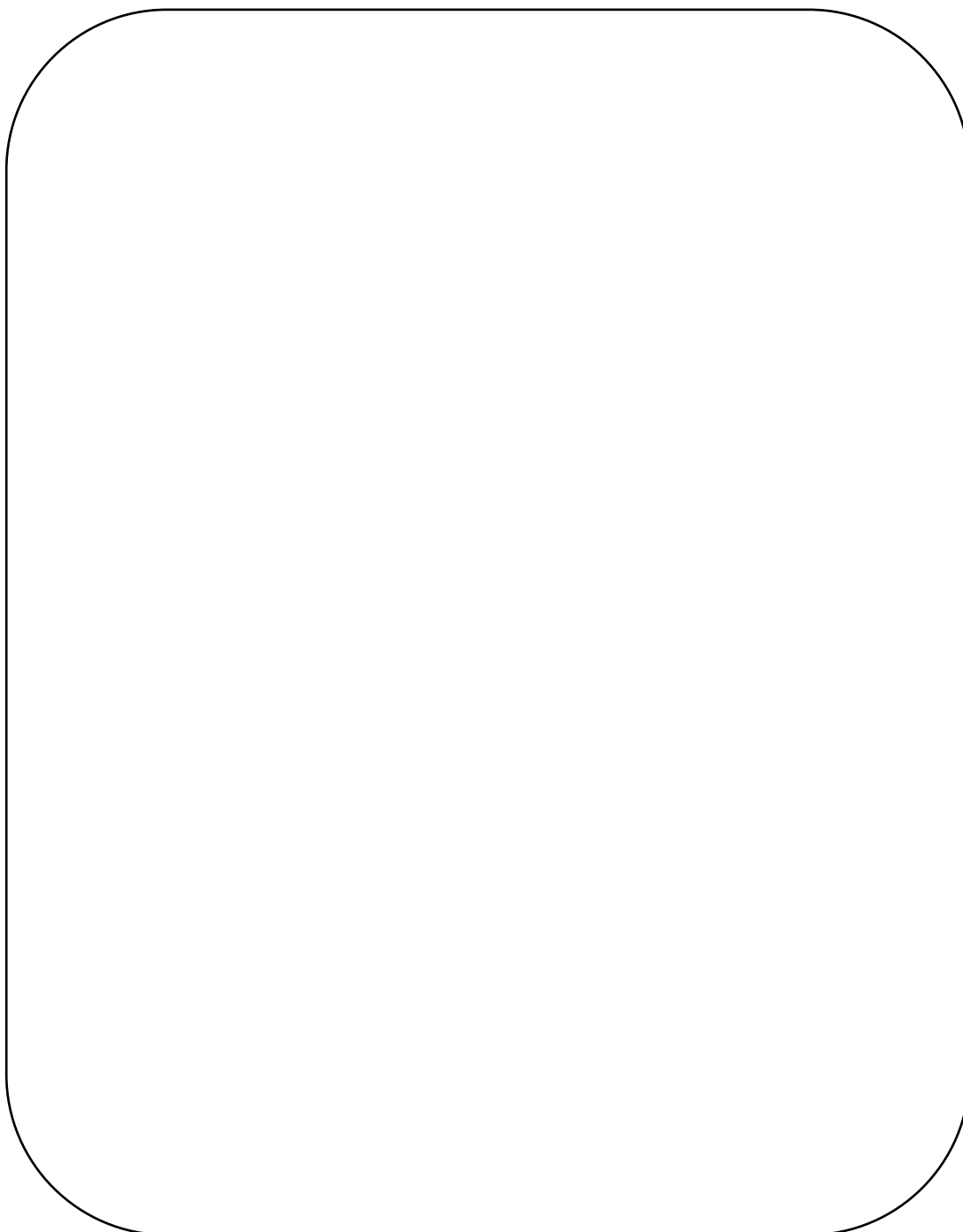
**คำชี้แจง** 1. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด โดยใช้เวลา 15 นาที



ในชมรมกรีฑารับสมัครคณะกรรมการชมรมจำนวน 4 คน มีผู้สมัครเป็นคณะกรรมการจำนวน 7 คน เป็นนักเรียนชาย 4 คน และนักเรียนหญิง 3 คน จงหาความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการชมรมจะเป็นชาย 2 คน และเป็นหญิง 2 คน

แนวคิด

2. ให้นักเรียนเลือกแนวคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มาหนึ่งแนวคิด เพื่อเขียนคำอธิบายถึงที่มาของแนวคิดดังกล่าวอย่างละเอียด





## บัตรคำถาม

จากการเล่นเกม Monty Hall Problem การเลือกเปลี่ยน  
หรือไม่เปลี่ยนประตูมีผลต่อการได้รางวัลหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำถามที่ 1 : ในการเลือกประตูครั้งแรก โดยผู้แข่งขันเลือกประตูหนึ่งบาน  
จากประตูทั้งหมด 3 บาน ความจะเป็นที่จะเปิดประตูได้รถยนต์เท่ากับเท่าใด

คำตอบ : .....

คำถามที่ 2 : ถ้าหากผู้แข่งขันยืนยั้งเลือกประตูบานเดิมไม่เปลี่ยนประตู  
ความจะเป็นที่จะเปิดประตูได้รถยนต์เท่ากับเท่าใด

คำตอบ : .....

คำถามที่ 3 : ถ้าผู้แข่งขันเลือกประตูที่เป็น "แพะหมายเลข 1" พิธีกรจะ  
เลือกเปิดประตูแพะที่เหลืออยู่นั้นก็คือ "แพะหมายเลข 2" ถ้าผู้แข่งขันเลือกเปลี่ยน  
ประตู แล้วจะได้รถยนต์หรือแพะ

คำตอบ : .....

คำถามที่ 4 : ถ้าผู้แข่งขันเลือกประตูที่เป็น "แพะหมายเลข 2" พิธีกรจะ  
เลือกเปิดประตูแพะที่เหลืออยู่นั้นก็คือ "แพะหมายเลข 1" ถ้าผู้แข่งขันเลือกเปลี่ยน  
ประตู แล้วจะได้รถยนต์หรือแพะ

คำตอบ : .....

คำถามที่ 5 : ถ้าผู้แข่งขันเลือกประตูที่มี "รถยนต์" พิธีกรจะเลือกเปิดประตู  
แพะหนึ่งประตู ถ้าผู้แข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู แล้วจะได้รถยนต์หรือแพะ

คำตอบ : .....

คำถามที่ 6 : จากคำถามที่ 3 4 และ 5 ถ้าหากผู้แข่งขันเลือกเปลี่ยนประตู  
ความน่าจะเป็นที่จะเปิดประตูได้รถยนต์เท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด

คำตอบ : .....

.....

.....

.....

.....





12. ให้  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  และ  $E_4$  เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนจะดื่มน้ำองุ่น น้ำส้ม ชาเขียว และชานม ตามลำดับ จากการสำรวจความนิยมของนักเรียนในโรงเรียน พบว่าความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะดื่มเครื่องดื่มแต่ละชนิดเป็นดังนี้

$$P(E_1) = \frac{1}{6}, P(E_2) = \frac{3}{10}, P(E_3) = \frac{2}{5} \text{ และ } P(E_4) = \frac{2}{15}$$

จากข้อมูลข้างต้นน้ำชนิดใดที่ได้รับความนิยมจากนักเรียนมากที่สุด และควรนำมาขายมากที่สุด

- ก. น้ำองุ่น                      ข. น้ำส้ม                      ค. ชาเขียว                      ง. ชานม
13. โบนัสเสียอยู่ 5 ตัว เป็นเสียสีเทา 1 ตัว สีชมพู 4 ตัว และมีกางเกงขายาว 4 ตัว เป็นสีดำ 2 ตัว สีเทา 2 ตัว ถ้าโบนัสแต่งตัวออกจากบ้านแบบไม่เจาะจง ความน่าจะเป็นที่โบลัสนจะสวมเสื้อ และกางเกงสีต่างกันเท่ากับเท่าใด
- ก.  $\frac{1}{10}$                       ข.  $\frac{3}{10}$                       ค.  $\frac{7}{10}$                       ง.  $\frac{9}{10}$
14. ร้านบัวทองการไฟฟ้ามีพัดลม 20 เครื่อง มีคุณภาพดีมาก 7 เครื่อง ดี 8 เครื่อง และปานกลาง 5 เครื่อง ถ้าทามมีซื้อพัดลมร้านนี้จำนวน 3 เครื่อง ความน่าจะเป็นที่ทามมีจะได้พัดลมคุณภาพดีมาก 1 เครื่อง และปานกลาง 2 เครื่องเท่ากับเท่าใด
- ก.  $\frac{7}{114}$                       ข.  $\frac{11}{114}$                       ค.  $\frac{13}{114}$                       ง.  $\frac{17}{114}$
15. เต๋ยมียุ้งมือสีชมพู 2 คู่ สีเขียว 1 คู่ และสีขาว 3 คู่ ถ้าเขาใส่ถุงมือไว้ในลิ้นชักโดยที่ไม่ได้จัดเป็นคู่ เมื่อเต๋ยหยิบถุงมือจากลิ้นชักมา 2 ข้างแล้ว ความน่าจะเป็นที่เต๋ยจะหยิบได้ถุงมือสีเดียวกันเท่ากับเท่าใด
- ก.  $\frac{1}{3}$                       ข.  $\frac{1}{4}$                       ค.  $\frac{7}{22}$                       ง.  $\frac{23}{66}$

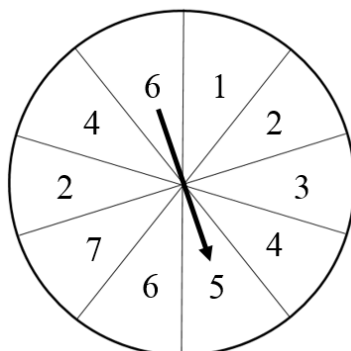




### แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

**คำชี้แจง** ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบอัตนัย ทั้งหมด ข้อ ใช้เวลาในการทำข้อสอบ 60 นาที

1. หมุนวงล้อที่มีเลขโดด 1- 7 เขียนไว้ดังรูป



ถ้าการหมุนแต่ละครั้งโอกาสที่ลูกศรจะชี้ช่องใดช่องหนึ่งมีเท่า ๆ กัน ทำการหมุนวงล้อหนึ่งครั้ง ให้นักเรียนเขียนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จากการหมุนวงล้อนี้ให้ได้ถูกต้องและได้จำนวนมากที่สุด  
ตัวอย่างเช่น เหตุการณ์ที่มีเลขโดดเป็นจำนวนคู่ จะได้ { 2, 4, 6 } เป็นต้น

2. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอล 8 ลูก เป็นลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีเขียว 3 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูก 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบลูกบอลลูกถัดไป จงหาความน่าจะเป็นที่ครั้งที่ 1 ได้ลูกบอลสีแดง และครั้งที่ 2 และ 3 ได้ลูกบอลสีเหลือง โดยให้นักเรียนแสดงแนวคิดการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้วิธีมากที่สุด

แบบประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

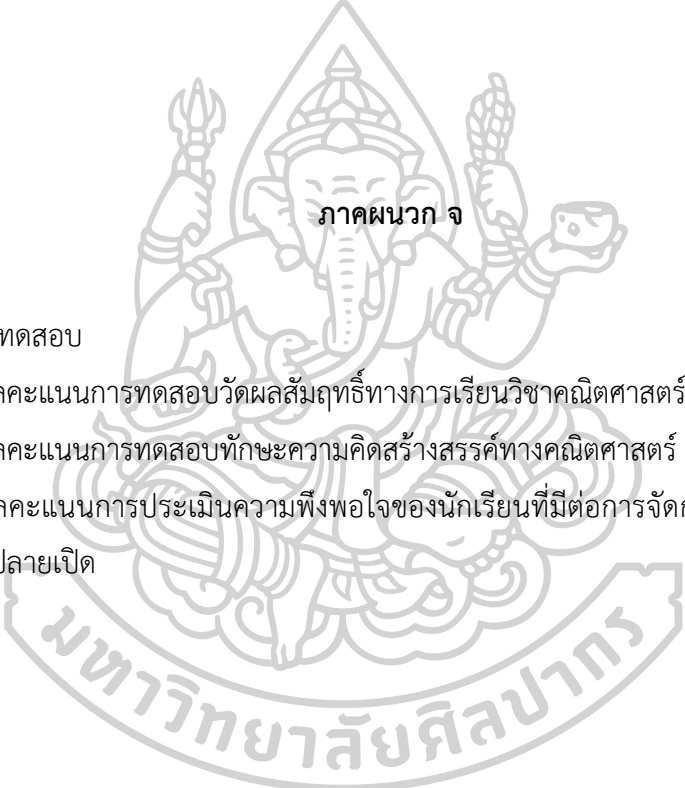
คำชี้แจง แบบประเมินนี้ต้องการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จึงขอความร่วมมือจากนักเรียนในการตอบแบบประเมินนี้โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนดังนี้

- เกณฑ์การประเมิน
- 1 หมายถึง พึงพอใจน้อยที่สุด
  - 2 หมายถึง พึงพอใจน้อย
  - 3 หมายถึง พึงพอใจปานกลาง
  - 4 หมายถึง พึงพอใจมาก
  - 5 หมายถึง พึงพอใจมากที่สุด

ข้อ ที่	รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
		5	4	3	2	1
<b>ด้านเนื้อหา</b>						
1	เนื้อหาที่กำหนดในกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับนักเรียน					
2	ใบงานและใบกิจกรรมมีความเหมาะสม					
3	เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพียงพอต่อการเรียนในเนื้อหา					
<b>ด้านกระบวนการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด</b>						
4	กิจกรรมทำให้การเรียนการสอนมีความน่าสนใจ					
5	ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมเป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถปฏิบัติได้					
6	กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนให้ดีขึ้น					
7	กิจกรรมการเรียนรู้เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น					
8	กิจกรรมการเรียนการสอนมีการวัดประเมินผลที่เหมาะสม					

ข้อ ที่	รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
		5	4	3	2	1
ด้านผู้เรียน						
9	นักเรียนได้รับความรู้จากการปฏิบัติกิจกรรม					
10	นักเรียนสามารถนำความรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้					
11	นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียน และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดีขึ้น					
12	นักเรียนเกิดทักษะความคิดสร้างสรรค์					





ภาคผนวก จ

ผลคะแนนการทดสอบ

1. ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
  2. ผลคะแนนการทดสอบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
  3. ผลคะแนนการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT
- ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

## 1. ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ตารางที่ 14 ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	พัฒนาการ
1	7	17	10
2	4	14	10
3	4	14	10
4	2	16	14
5	6	14	8
6	7	17	10
7	4	16	12
8	10	15	5
9	7	15	8
10	5	16	11
11	9	17	8
12	7	15	8
13	5	16	11
14	4	15	11
15	5	14	9
16	7	17	10
17	5	16	11
18	7	14	7
19	6	18	12
20	4	14	10
21	7	15	8
22	4	14	10
23	8	19	11
24	7	18	11
25	7	15	8
26	11	14	3

ตารางที่ 14 ผลคะแนนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น  
คนทีก่อนเรียน หลังเรียน พัฒนาการ (ต่อ)

27	7	14	7
28	6	14	8
29	7	13	6
30	4	16	12
31	11	19	8
32	6	18	12
33	7	14	7

2. ผลคะแนนการทดสอบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ตารางที่ 15 ผลคะแนนการทดสอบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

คนที่	ทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์			
	ความคิดคล่องแคล่ว	ความคิดยืดหยุ่น	ความคิดริเริ่ม	รวม
1	5	5	2	12
2	3	4	2	9
3	5	6	4	15
4	3	4	2	9
5	6	5	3	14
6	4	4	2	10
7	3	4	2	9
8	6	5	3	14
9	5	5	3	13
10	6	5	3	14
11	5	4	3	12
12	4	4	3	11
13	3	4	1	8
14	4	4	2	10
15	4	5	2	11

ตารางที่ 15 ผลคะแนนการทดสอบทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น  
(ต่อ)

คนที่	ทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์			
	ความคิดคล่องแคล่ว	ความคิดยืดหยุ่น	ความคิดริเริ่ม	รวม
16	3	4	2	9
17	4	4	3	11
18	4	4	2	10
19	5	4	2	11
20	4	5	4	13
21	4	5	2	11
22	6	5	4	15
23	4	5	1	10
24	5	5	3	13
25	4	6	3	13
26	5	4	1	10
27	5	5	2	12
28	6	4	3	13
29	3	5	3	11
30	5	5	2	12
31	5	5	2	12
32	4	4	1	9
33	5	4	4	13

3. ผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

ตารางที่ 16 ผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับปัญหาปลายเปิด

คนที่	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	ข้อ 9	ข้อ 10	ข้อ 11	ข้อ 12
1	5	5	3	5	4	5	5	4	5	4	5	4
2	5	5	3	4	5	5	5	5	4	4	4	4
3	5	4	4	5	5	5	5	5	5	3	4	5
4	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5
5	5	5	5	4	4	5	5	4	4	3	4	5
6	5	4	4	4	5	4	4	5	5	4	5	4
7	5	4	4	5	4	4	4	4	5	4	3	5
8	5	5	4	4	5	5	5	4	4	5	5	4
9	5	5	4	5	4	5	4	4	5	3	3	4
10	5	4	4	5	5	4	5	4	5	4	5	5
11	5	5	4	5	5	5	5	4	3	4	5	4
12	5	5	4	4	5	4	5	5	5	4	4	4
13	5	4	3	4	5	4	5	5	3	4	4	3
14	5	4	4	4	4	4	5	4	5	5	3	5
15	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	4
16	5	5	4	4	5	4	5	4	5	4	3	3
17	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5
18	5	4	4	4	4	5	5	4	5	4	5	4
19	5	5	4	5	5	5	5	4	4	3	5	4
20	5	4	4	5	4	5	5	4	5	4	5	4
21	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	5
22	5	5	4	4	5	4	5	4	5	4	5	4



ตารางที่ 16 ผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT ร่วมกับ  
ปัญหาปลายเปิด (ต่อ)

คนที่	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	ข้อ 9	ข้อ 10	ข้อ 11	ข้อ 12
23	4	4	3	5	5	4	4	4	5	4	5	5
24	4	5	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5
25	5	5	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5
26	5	5	3	5	5	5	5	5	5	3	4	4
27	4	4	4	5	5	5	5	5	5	4	3	4
28	4	5	4	5	4	4	5	4	5	4	5	5
29	5	4	4	4	4	5	5	3	3	3	5	5
30	5	5	4	5	4	5	5	5	5	4	5	4
31	4	5	4	4	4	5	4	5	5	5	5	5
32	5	5	3	5	4	4	4	4	5	4	4	3
33	5	4	4	5	4	4	5	4	5	4	4	4



## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นางสาวยุวดี แซ่เอี้ยว
วัน เดือน ปี เกิด	5 มิถุนายน 2534
สถานที่เกิด	นครปฐม
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2558   ศึกษาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 32 หมู่ 5 ต.ไผ่หุช้าง อ.บางเลน จ.นครปฐม 73130

